

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ **до модульної контрольної роботи №2** **з курсу «ГКС»**

Однією з необхідних умов здійснення математичного моделювання, що лежить в основі аналогових ЕОМ, є тотожність рівнянь оригіналу і моделі, для забезпечення якої необхідно:

1. Привести рівняння оригіналу і моделі до єдиних змінних.
2. Привести рівняння оригіналу і моделі до загального вигляду.
3. Забезпечити тотожність описів оригіналу і моделі:
 - 3.1. прирівняти відповідні коефіцієнти;
 - 3.2. прирівняти відповідні нелінійні залежності;
 - 3.3. прирівняти відповідні початкові умови та постійні зовнішні напруги.

В якості єдиних змінних оригіналу і моделі рекомендується вибрати машинні змінні (змінні моделі), а в якості загального вигляду - форму елементарних структурних машинних рівнянь (рівнянь моделі). Це дозволяє встановити однозначну відповідність між усіма змінними оригіналу і моделі, спростити складання структурної схеми, а також однозначно розрахувати такі значення всіх невідомих параметрів схеми моделювання, при яких забезпечується тотожність рівнянь оригіналу і моделі.

Вибір в якості загального вигляду форми елементарних структурних машинних рівнянь викликає необхідність еквівалентного перетворення вихідного математичного опису. Під еквівалентним перетворенням ВМО розуміють представлення ВМО у вигляді системи елементарних рівнянь, кожне з яких моделює елементарну аналогову операцію.

1. ЕКВІВАЛЕНТНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ

1.1. ПРИВЕДЕННЯ ВИХІДНОГО МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ (ВМО) ДО УНІВЕРСАЛЬНОГО ВИГЛЯДУ.

Рекомендується починати еквівалентне перетворення ВМО з приведення операцій інтегрування до елементарних аналогових інтегруючих операцій, тобто до операцій інтегрування першого порядку, оскільки до складу аналогових ЕОМ входять інтегруючі (інтегropідсумовуючі) ОБ, що виконують операцію інтегрування тільки першого порядку.

Таким чином, кожне диференційне рівняння високого порядку, що входить у ВМО, необхідно привести до системи диференційних рівнянь першого порядку. Отриману систему диференційних рівнянь першого порядку прийнято називати універсальним виглядом УВ.

Для отримання універсального вигляду УВ1 (цифра 1 означає, що рівняння містить похідні тільки однієї змінної) рекомендується використовувати найбільш простий спосіб, що найчастіше зустрічається на практиці - спосіб приведення до нормальної форми НФ1.

Суть даного способу полягає в наступному: диференційне рівняння високого порядку

$$\frac{d^n y}{dt^n} = F \left[\frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}}, \dots, \frac{dy}{dt}, y, t \right] \quad (1.1)$$

з початковими умовами вигляду

$$\begin{cases} y(0) = C_1 \\ \frac{dy}{dt}(0) = C_2 \\ \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}}(0) = C_n \end{cases} \quad (1.2)$$

приводиться до системи n диференційних рівнянь першого порядку з n невідомими і n початковими умовами. При цьому вводиться заміна:

$$\begin{cases} y = y_1 \\ \frac{dy}{dt} = y_2 \\ \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} = y_n \end{cases} \quad (1.3)$$

при якій стара змінна y та її похідні $\frac{d^i y}{dt^i}$ $i = \overline{(1, n-1)}$ замінюються

відповідно новими змінними (матриця коефіцієнтів має значення 1 тільки по головній діагоналі).

Тоді еквівалентна система диференційних рівнянь НФ1 має вигляд:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2 \\ \frac{dy_2}{dt} = y_3 \\ \dots \\ \frac{dy_{n-1}}{dt} = y_n \\ \frac{dy_n}{dt} = F[y_n, \dots, y_1, t] \end{cases} \quad (1.4)$$

причому перші $n-1$ рівнянь отримуються безпосередньо з рівнянь заміни (1.3), а останнє рівняння – з вихідного рівняння (1.1). Нові початкові умови отримуються з (1.2) з урахуванням (1.3) і мають вигляд:

$$\begin{cases} y_1(0) = C_1 \\ y_2(0) = C_2 \\ \dots \\ y_n(0) = C_n \end{cases} \quad (1.5)$$

1.2. ПРИВЕДЕННЯ УНІВЕРСАЛЬНОГО ВИГЛЯДУ ДО ВИДУ, ЗРУЧНОГО ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ.

До складу аналогової ЕОМ звичайно входять наступні ОБ:

- підсумовуючі ОБ,
- інтегropідсумовуючі ОБ,
- схеми, що моделюють типові нелінійності (ТН)
- діодні універсальні функціональні перетворювачі
- блоки множення-ділення.

За допомогою перерахованих ОБ можна виконувати наступні елементарні аналогові математичні операції:

- додавання залежних змінних із множенням кожної змінної на постійний додатний коефіцієнт (частковий випадок - масштабна операція – множення залежної змінної на постійний додатний коефіцієнт);

- інтегрування за часом суми залежних змінних із множенням кожної змінної на постійний додатний коефіцієнт (частковий випадок – інтегрування за часовим аргументом однієї залежної змінної з множенням на постійний додатний коефіцієнт);

- моделювання типових нелінійностей САР і САУ (систем автоматичного регулювання і управління);

- нелінійне перетворення однієї залежної змінної;
- множення двох залежних змінних;
- ділення двох залежних змінних;
- піднесення залежної змінної до квадрату;
- знаходження квадратного кореня залежної змінної.

Лінійні математичні операції завжди виконуються з інвертуванням результату; операції нелінійного перетворення, множення і піднесення до квадрату можуть виконуватися з інвертуванням результату або без нього: операція ділення – з інвертуванням або без нього (в залежності від полярності дільника), а операція знаходження квадратного кореня - в залежності від полярності вихідної змінної.

Операція інвертування може бути отримана за допомогою масштабного підсилювача (частковий випадок сумуючого підсилювача для одного входу), якщо вибрати коефіцієнт передачі рівним одиниці.

Застосування крім перерахованих ОБ діодних елементів у поєднанні з сумуючими підсилювачами дозволяє моделювати типові нелінійності САР і

САУ, в тому числі і операції виділення модуля, обмеження координат, зону нечутливості та ін.

Отже, еквівалентне перетворення полягає в тому, що необхідно ввести додаткові математичні змінні таким чином, щоб з рівняння універсального вигляду вийшла система рівнянь, кожне з яких моделює елементарну аналогову операцію.

Тоді отримана за допомогою введення додаткових змінних система рівнянь зручного для моделювання вигляду (для конкретної лабораторної роботи) буде складатися з таких компонентів:

- лінійних за формою диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами (основними та додатковими) виду:

$$\frac{dy_i}{dt} = \sum_{k=0}^N a_{jk} \cdot y_k; \quad (i = \overline{1,3}) \quad (1.9)$$

- лінійних алгебраїчних рівнянь

$$y_j = \sum_{k=0}^N a_{jk} \cdot y_k; \quad (1.10)$$

- нелінійних (операції множення)

$$y_m = y_r \cdot y_e \quad (1.11)$$

- нелінійних (операції ділення)

$$y_d = \frac{y_r}{y_e} \quad (1.12)$$

- нелінійних (операції піднесення до квадрату)

$$y_{F1} = y_r^2 \quad (1.13)$$

- нелінійних (операції знаходження квадратного кореня)

$$y_{F2} = \sqrt{y_r} \quad (1.14)$$

- нелінійних типу «функціональна залежність від однієї залежної змінної»

$$y_F = F_s(y_r) \quad (1.15)$$

- типових нелінійностей типу САР і САУ

$$y_{\psi} = \psi_s \cdot \psi_r \quad (1.16)$$

Інші математичні операції, в тому числі нелінійне перетворення незалежної змінної (часу), повинні бути зведені до розглянутих елементарних аналогових операцій.

Перший крок перетворення – моделювання функцій часу за допомогою елементарних аналогових операцій. Представлення функцій часу вигляду «зовнішня напруга» або «змінний у часі коефіцієнт» $y_{\varphi} = f(t)$ залежить від обраного методу моделювання функцій часу.

Моделювання функцій часу в аналогових ЕОМ здійснюється двома способами: розв'язанням визначальних рівнянь та використанням нелінійного блоку (функціонального перетворювача).

Відтворення функцій часу методом розв'язання визначального рівняння – це моделювання додаткового диференційного рівняння, розв'язком якого принципово точно або наближено (з будь-яким наперед вибраним ступенем точності) є задана функція часу. В даній роботі варіанти завдань підібрані таким чином, що передбачається використання лінійних визначаючих диференціальних рівнянь, які дозволяють принципово точно відтворювати такі три види функції часу як

- показникові (в т.ч. $\exp$ і $\ln$);
- тригонометричні ($\sin$, $\cos$);
- степеневі поліноми.

Можливе отримання функцій часу як комбінацій цих трьох видів функцій (комбінацій видів сум і добутків, але добутків лише різнорідних функцій).

Методика відновлення лінійних однорідних визначаючих рівнянь за заданим розв'язанням (заданої функції часу) детально викладена у комплекті документів для лабораторної роботи №14.

При відтворенні функцій часу методом використання нелінійних блоків необхідно ввести нову залежну змінну

$$y_x = t, \quad (1.6)$$

$$y_\varphi = f_1(y_x) \quad (1.7)$$

Отримане рівняння – нелінійне перетворення однієї залежної змінної – відтворюється за допомогою ДУФП, а змінна $y_x = t$ моделюється методом розв'язання визначаючого рівняння

$$\frac{dy_x}{dt} = y_0, \quad (1.8)$$

де $y_0 = 1$, а $y_x(0) = 0$

Таким чином, якщо для відтворення функцій часу використовується перший метод (розв'язання визначаючого рівняння), то схема моделювання міститиме лише лінійні ОБ (інтегropідсумовуючі та підсумовуючі), а якщо другий (за допомогою нелінійного блоку), - схема моделювання складається з одного ДУФП і одного інтегруючого ОБ.

2. МАСШТАБУВАННЯ ВИХІДНОГО МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ

Виконавши першу умову математичного моделювання, а саме забезпечивши тотожність рівнянь оригіналу і моделі шляхом заміни змінних в описі оригіналу: математичні змінні було замінено їх фізичними аналогами (машинними змінними), необхідно виконати і другу: дотримання постійності на всьому інтервалі часу моделювання масштабних коефіцієнтів (масштабів), пов'язуючих змінні величини оригіналу і моделі. При масштабуванні вихідних змінних необхідно:

1. Отримати масштабовані машинні рівняння

2. Виконати масштабування початкових умов і масштабування постійної зовнішньої напруги.

2.1 ОТРИМАННЯ МАСШТАБОВАНИХ МАШИННИХ РІВНЯНЬ.

Для отримання масштабованих машинних рівнянь необхідно в математичні рівняння, отримані в пункті 1.2, підставити замість математичних змінних відповідні машинні змінні з урахуванням масштабів.

В аналогових ЕОМ залежні машинні змінні – напруги постійного струму $U_{\kappa} \quad \kappa = \overline{0, N}$, вимірювані відносно аналогової землі AGND. Тому всі залежні математичні змінні $y_{\kappa} \quad \kappa = \overline{0, N}$ відображаються в моделі напругами постійного струму U_{κ} , причому ці величини зв'язані між собою простим масштабним співвідношенням:

$$y_{\kappa} = M_{\kappa} \cdot U_{\kappa} \quad (2.1)$$

де $M_{\kappa} = const$ - масштабний коефіцієнт (розмірність $1/V$), постійний на всьому інтервалі часу моделювання.

Незалежна математична змінна t (реальний час) відображається фізичною незалежною змінною - так званим машинним часом τ . Ці величини пов'язані масштабним співвідношенням:

$$t = M_{\tau} \cdot \tau \quad (2.2)$$

де $M_{\tau} = const$ - масштаб часу (безрозмірний постійний масштабний коефіцієнт).

Треба пам'ятати, що, оскільки $M_i = const$ і $M_{\tau} = const$, то

$$\frac{d(M_i \cdot U_i)}{d(M_{\tau} \cdot \tau)} = \frac{M_i}{M_{\tau}} \cdot \frac{dU_i}{d\tau} \quad (2.3)$$

Масштабовані машинні рівняння, отримані заміною змінних в рівняннях (1.9) - (1.16) мають вигляд:

$$\frac{dU_i}{dt} = \sum_{\kappa=0}^N a_{i\kappa} \cdot M_{\tau} \cdot \frac{M_{\kappa}}{M_i} \cdot U_{\kappa}; \quad (2.4)$$

$$U_j = \sum_{\kappa=0}^N a_{j\kappa} \cdot \frac{M_{\kappa}}{M_j} \cdot U_{\kappa}; \quad (2.5)$$

$$U_m = \frac{M_r \cdot M_e}{M_m} U_r \cdot U_e; \quad (2.6)$$

$$U_d = \frac{M_r}{M_m \cdot M_e} \cdot \frac{U_r}{U_e}; \quad (2.7)$$

$$U_{F1} = \frac{M_r^2}{M_{F1}} U_r^2; \quad (2.8)$$

$$U_{F2} = \frac{\sqrt{M_r}}{M_{F2}} \sqrt{U_r}; \quad (2.9)$$

$$U_F = \frac{1}{M_F} \cdot F_s \cdot \langle M_r U_r \rangle; \quad (2.10)$$

$$U_\psi = \frac{1}{M_\psi} \cdot \psi_s \cdot \langle M_r U_r \rangle; \quad (2.11)$$

2.2. МАСШТАБУВАННЯ ПОЧАТКОВИХ УМОВ І ПОСТІЙНОЇ ЗОВНІШНЬОЇ НАПРУГИ.

При масштабуванні початкових умов слід пам'ятати, що масштабне співвідношення (2.1) справедливе для будь-якого моменту часу:

$$y_i \langle \rangle = M_i \cdot U_i \langle \rangle; \quad (2.12)$$

де t_s - значення реального часу, τ_s - відповідне значення машинного часу.

Якщо $\tau_s = 0$, то і $t_s = 0$ незалежно від обраного значення M_τ оскільки $t_s = M_\tau \cdot \tau_s$.

Тому для початкового моменту часу ($\tau_s = 0$, $t_s = 0$) масштабне співвідношення (2.12) приймає наступний вигляд:

$$y_i \langle \rangle = M_i \cdot U_i \langle \rangle; \quad i = \overline{(1, n)} \quad (2.13)$$

Виходячи з цього, напруги початкових умов $U_i \langle \rangle$ легко визначаються за формулою:

$$U_i \langle \rangle = \frac{y_i \langle \rangle}{M_i}; \quad (2.14)$$

Постійна зовнішня напруга U_0 , що моделює $y_0 = 1$, визначається за формулою:

$$U_0 = \frac{y_0}{M_0} = \frac{1}{M_0} \quad (2.15)$$

3. СКЛАДАННЯ І СПРОЩЕННЯ ПОЧАТКОВОЇ СТРУКТУРНОЇ СХЕМИ.

Складання початкової структурної схеми (схеми моделі) при використанні вказаної методики попередньої підготовки задачі зводиться до моделювання окремих машинних рівнянь за допомогою ОБ (одне рівняння відтворюється одним ОБ) та з'єднання цих блоків між собою.

При моделюванні будь-якого масштабованого машинного рівняння за допомогою одного ОБ всі напруги, що знаходяться в правій частині рівняння, вважаємо умовно відомими. Дійсне існування на всіх входах ОБ необхідних напруг забезпечується за допомогою зворотних зв'язків з використанням відповідних виходів інших ОБ і, якщо потрібно, із включенням додаткових інверторів.

При складанні структурних схем кожному ОБ необхідно присвоїти номер, що співпадає з індексом його вихідної напруги.

В додатковому полі підсумовуючих та інтегropідсумовуючих ОБ вказуються коефіцієнти передач із подвійними індексами: перший відповідає номеру блока, другий - індексу напруги, що подається на даний вхід.

Для інтегropідсумовуючих ОБ вхід для завдання напруги початкової умови має ідентифікатор «I».

Для блоків множення-ділення слід вказувати коефіцієнт передачі з індексом, що відповідає номеру блока.

Моделювання лінійного диференційного рівняння (2.4) в аналогових ЕОМ здійснюється методом пониження порядку похідної; рівняння інтегрується за машинним часом:

$$U_i = \int_0^{\tau} \left[\sum_{k=0}^N a_{ik} \cdot M_{\tau} \cdot \frac{M_k}{M_i} \cdot U_k \right] d\tau + U_i(0)$$

та відтворюється за допомогою інтегropідсумовуючого ОБ (рис. 3.1).

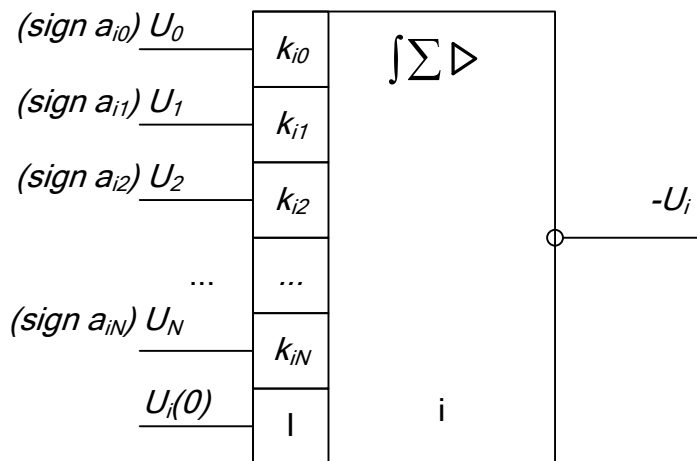


Рис. 3.1

Лінійне алгебраїчне рівняння (2.4) відтворюється в аналогових ЕОМ за допомогою сумуючого підсилювача (рис.3.2).

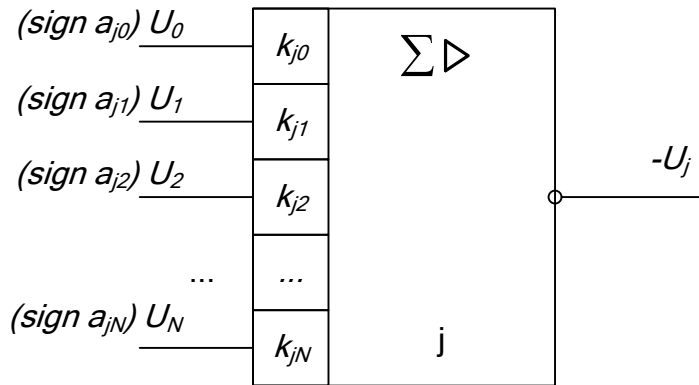


Рис. 3.2

Нелінійне рівняння (2.5) відтворюється за допомогою блока множення-ділення (режим множення). Умовне позначення представлено на рис. 3.3а., де $X*Y$ – ідентифікатор операції, m - номер блока, k_m - коефіцієнт передачі БМД в режимі множення; U_r , U_e - вхідні напруги, U_m - вихідна напруга. В такому ОБ можна змінити структуру блока за виходом без підключення додаткового інвертора (на структурній схемі показано інверсний вихід – див. рис. 3.3б).

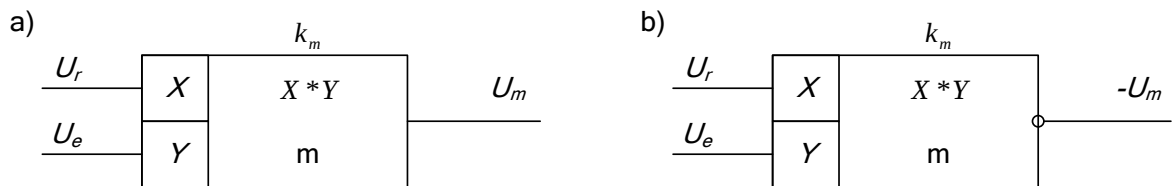


Рис. 3.3

Нелінійне рівняння (2.6) відтворюється в аналогових ЕОМ за допомогою блока множення-ділення (режим ділення, який виконано на основі помножувального елемента. Оскільки при цьому використовується штучна оборотність і елемент множення включається в коло зворотного зв'язку підсилювача, то існують дві схеми БМД в режимі ділення:

- для додатного дільника ($U_e > 0$) - схема з інверсним виходом;
рис.(3.4а)
- для від'ємного дільника ($U_e < 0$) - схема з прямим виходом;
рис.(3.4б)

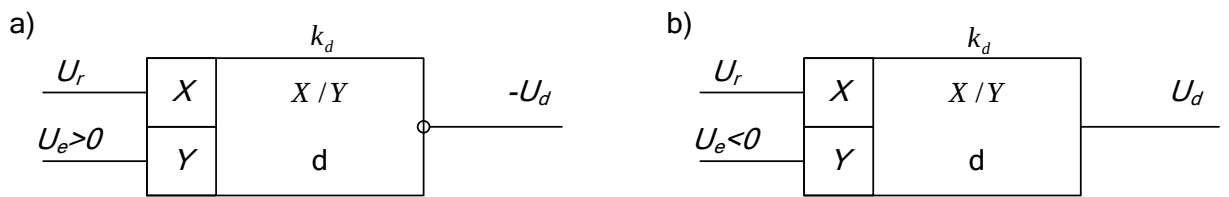


Рис. 3.4

В даних схемах X/Y – ідентифікатор операції, d – номер ОБ, $-U_d$ (U_d) – вихідна напруга, k_d - коефіцієнт передачі БМД в режимі ділення.

Такі БМД – двоквадрантні (може змінюватися полярність тільки діленого U_r). Для конкретної полярності U_e автоматично вибирається відповідна схема блока ділення (рис.3.4а або 3.4b). Слід пам'ятати, що, хоча в блоках ділення аналогових ЕОМ перемикання структури виконується автоматично за полярністю дільника U_e , уточнення все ж необхідне, оскільки від структури залежить знак вихідної напруги блока ділення ($-U_d$ або $+U_d$).

Нелінійне рівняння (2.7) відноситься до рівнянь множення-ділення і квадратор реалізується у відповідності зі схемами на рис. 3.3, якщо замість U_e подавати U_r . При цьому на виході отримуємо U_{F1} або $-U_{F2}$, номер ОБ - $F1$, коефіцієнт передачі блока – k_{F1} .

Нелінійне рівняння (2.8) також відноситься до рівнянь множення-ділення. Моделювання цієї операції в аналогових ЕОМ здійснюється за методом неявних функцій, тобто пристрій для знаходження квадратного кореня отримується штучною оборотністю квадратора (квадратор на основі елемента множення включається в коло оберненого зв'язку підсилювача). Тому існують дві схеми БМД в режимі знаходження квадратного кореня:

- з прямим входом та інверсним виходом (рис.3.5а)
- з інверсним входом та прямим виходом (рис.3.5b)

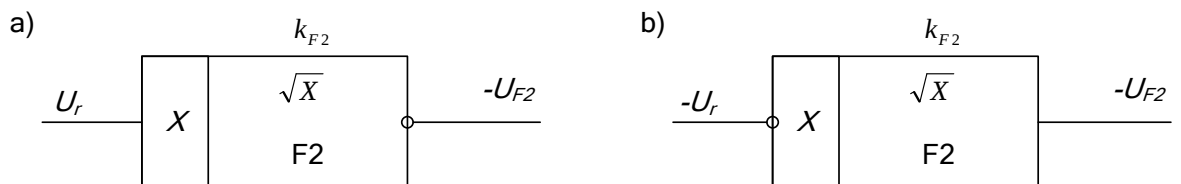


Рис. 3.5

В даній схемі $\sqrt{X}$ - ідентифікатор операції, $F2$ - номер ОБ, k_{F2} – коефіцієнт передачі БМД в режимі знаходження квадратного кореня, $U_r(-U_r)$ – вхідна напруга: $-U_{F2}(U_{F2})$ – вихідна напруга.

Нелінійне рівняння (2.9) відтворюється в аналогових ЕОМ за допомогою діюдних універсальних функціональних перетворювачів (ДУФП). Умовне зображення ДУФП на структурній схемі показано на рис.3.6, де F - номер блока:

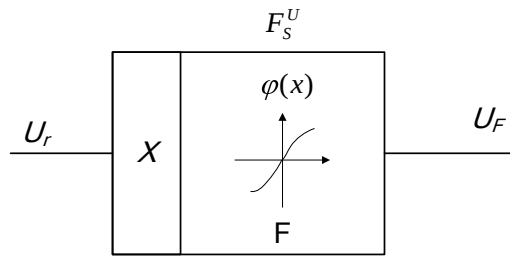


Рис. 3.6

$\varphi(x)$ – ідентифікатор операції, F_s^U – нелінійна характеристика ОБ в машинних змінних, U_r, U_F – відповідно вхідна і вихідна напруга. Всередині ОБ зазвичай зображується графік моделюючої характеристики (рис.3.6 – для функції вигляду $\sin x$).

Відтворення нелінійного рівняння (2.10) відбувається за допомогою схем, моделюючих типові нелінійності. Такі схеми моделювання в аналогових ЕОМ збираються з підсумовуючих підсилювачів і діюдних елементів ДЕ (або діюдних обмежувачів ДО), хоча в деяких аналогових ЕОМ є спеціальні нелінійні ОБ для моделювання однозначних і неоднозначних типових нелінійностей. Умовне позначення ОБ зображене на рис.3.7, де $\varphi(x)$ – ідентифікатор операції, Ψ - номер блоку, U_r, U_Ψ - відповідно вхідна і вихідна напруги, $\Psi(U_r)$ - нелінійна характеристика блока.

Графік характеристики зображується всередині ОБ, як показано на рис.3.7 для типової нелінійності виду «зона нечутливості».

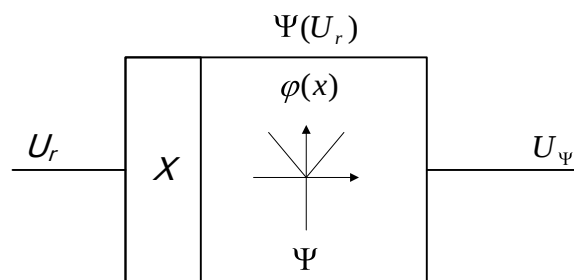


Рис. 3.7

Слід зазначити, що кількість ОБ точно відповідає числу масштабованих машинних рівнянь, оскільки рівняння моделюють елементарні аналогові операції. Якщо деяке рівняння моделюється не одним, а кількома ОБ, це означає, що приведення до вигляду, зручного для моделювання, виконане неправильно. Необхідно знайти помилку і повторити пункт 1.2.

Після складання структурних схем для моделювання окремих масштабованих рівнянь необхідно скласти початкову структурну схему всієї задачі. Забезпечення дійсного існування на всіх входах усіх схем необхідних напруг досягається поєднанням відповідних виходів ОБ з відповідними входами

іншого ОБ, причому при неспівпадінні знаків необхідно включати інвертор. Умовне зображення інвертуючого підсилювача показано на рис.3.8.

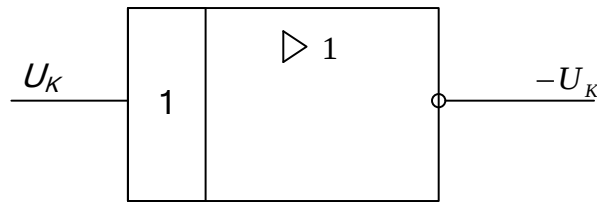


Рис. 3.8

При складанні повної початкової структурної схеми рекомендується:

- скласти структурну схему основної задачі, вважаючи напруги U_φ і U_x відомими,
- окремо скласти додаткові структурні схеми для моделювання кожної функції часу за методом розв'язання визначаючих рівнянь, тобто схеми з виходами U_φ і U_x ,
- здійснити стикування основної та додаткової структурних схем (без інверторів).

Для зменшення кількості використаних інверторів рекомендується дотримуватися наступних правил:

1. На структурній схемі ЛОБ (сумуючого або інтегropідсумовуючого) можна одночасно змінювати всі знаки на протилежні (знаки перед вхідними напругами, в тому числі й перед напругою початкової умови, і знак перед вихідною напругою).
2. На структурній схемі БМД в режимі множення знаки перед двома будь-якими напругами можна замінити на протилежні; якщо змінити знак перед будь-якою однією напругою, то слід змінити структуру ОБ за виходом на інверсну.
3. На структурній схемі БМД в режимі ділення можна одночасно змінювати знаки перед вхідною (діленою) та вихідною (частковою) напругами без зміни структури; при зміні знаку перед вхідною напругою (дільником) необхідно змінити структуру ОБ за виходом на інверсну.
4. На структурній схемі БМД в режимі квадратора можна змінити знак перед вхідною напругою: зміна знака перед вихідною напругою потребує зміни структури ОБ за виходом на інверсну.
5. На структурній схемі БМД в режимі знаходження квадратного кореня можна одночасно змінити знаки перед вхідною та вихідною напругою на протилежні, змінивши структуру ОБ на інверсну і за входом, і за виходом (рис.3.5a, рис.3.5b).
6. На структурній схемі ДУФП можна змінювати знак перед будь-якою напругою на протилежний, змінивши відповідним чином моделюючу характеристику ДУФП. При зміні знаку перед вхідною напругою необхідно дзеркально відобразити графік характеристики відносно осі ординат; при зміні знаку перед вихідною напругою – відносно осі абсцис.
7. На структурній схемі, що моделює типову нелінійність (ТН) САР і САУ також можна змінити знак перед будь-якою напругою на протилежний,

враховуючи цю зміну, як і для ДУФП, корекцією моделюючої характеристики (див. попередній пункт).

Побудову основної структурної схеми ("стикування" окремих структурних схем ОБ) рекомендується виконувати в такій послідовності:

А. Скласти послідовне коло з інтегруючих (або інтегropідсумовуючих) блоків без використання інверторів, дотримуючись сумісності знаків вихідної напруги попереднього ОБ і вхідної напруги наступного ОБ, використовуючи правило 1.

Б. Введенням зворотних зв'язків на кожному вході кожного інтегруючого ОБ забезпечити дійсне існування необхідних напруг з урахуванням знаків, використовуючи структурні схеми інших ОБ. У цих колах зворотного зв'язку кількість інверторів необхідно звести до мінімуму, використовуючи приведені раніше правила зміни знаків окремих ОБ. Рекомендується в кожному колі зворотного зв'язку обійтись без інверторів; якщо це не вдається здійснити, необхідно включити інвертор тільки в кінці кола, тобто перед входом інтегropідсумовуючого ОБ.

Побудована таким чином основна структурна схема повинна представляти собою замкнену систему із входами $U_i(0)$, U_ϕ , U_x і, можливо, U_0

Наступний крок — побудова додаткових структурних схем, кожна з яких моделює одну функцію часу за методом розв'язання визначаючих рівнянь. Послідовність побудови кожної додаткової структурної схеми, що складається лише з лінійних ОБ (підсумовуючих та інтегropідсумовуючих), така ж, як і для основної структурної схеми.

Після побудови основної та додаткової структурних схем необхідно скласти повну початкову структурну схему (провести «стикування» основної та додаткової схем). Якщо на виході додаткової схеми знак перед напругою (U_ϕ або U_x) зворотній необхідному знаку для основної структурної схеми, то необхідно одночасно змінити знаки перед усіма напругами в додатковій структурній схемі на протилежні. Це можливо, оскільки будь-яка додаткова структурна схема складається тільки з лінійних ОБ, для яких справедливе таке правило зміни знаків.

Для вивчення структурної схеми на предмет спрощення можна використати наступну інформацію:

- декілька інверторів, увімкнутих перед входами інтегруючого блока, можна замінити одним сумуючим підсилювачем, що має інверсний вихід;
- ДУФП має в своєму складі вхідний інвертор, і тому з нього можна знімати інвертований вхідний сигнал;
- ДУФП, БМД в режимах множення і квадратора та схеми виділення модуля мають струмовий вихід, оскільки нелінійні елементи НЕ увімкнуті у вхідне коло ОП;
- БМД в режимах ділення і знаходження квадратного кореня мають струмовий вхід, оскільки нелінійні елементи НЕ увімкнуті в коло зворотного зв'язку ОП;
- підсумовуючий ОБ має як струмовий вихід, так і токові входи;
- інтегropідсумовуючий ОБ також має токові входи.

Якщо в схемі є безпосереднє (послідовне) з'єднання двох ОБ і проміжна напруга (вихідна першого ОБ) більше ніде не використовується; при цьому

перший ОБ має струмовий вихід, а другий ОБ має струмовий вхід, то можна виконати з'єднання, виключивши вихідний ОП першого ОБ, з резистором кола зворотного зв'язку підключивши його струмовий вихід до сумуючої точки другого ОБ, тобто виключивши відповідний резистор.

При цьому необхідно враховувати, що зміниться знак вхідного сигналу для другого ОБ; наприклад для БМД в режимі множення $+U_m(-U_m)$ буде $-i_m(+i_m)$

4. ОТРИМАННЯ СТРУКТУРНОГО МАШИННОГО ОПИСУ.

Для отримання структурних машинних рівнянь необхідно описати роботу кожного ОБ, що входить у схему моделювання, тобто представити залежність вихідної напруги ОБ від вхідних напруг та параметрів блока.

Елементарне структурне машинне рівняння, що описує інтегropідсумовуючий ОБ, отримують виходячи з того, що похідна від вихідної напруги ОБ за машинним часом τ дорівнює інвертованій сумі напруг, поданих на входи блока, причому кожна напруга помножується на відповідний коефіцієнт передачі. Отже для ОБ, зображеного на рис.3.1, отримаємо

$$\frac{dU_i}{d\tau} = - \left\{ \sum_{k=0}^N k_{ik} \text{sign} U_k \right\} \quad i = \overline{1, n} \quad (4.1)$$

Примітка: замість $\text{sign} U_k$ в кожному конкретному випадку буде $-U_k$ або $+U_k$.

Елементарне структурне машинне рівняння, що описує підсумовуючий ОБ, отримують виходячи з того, що вихідна напруга ОБ дорівнює інвертованій сумі вхідних напруг, помножених на відповідні коефіцієнти передачі. Підсумовуючий ОБ описується наступним елементарним структурним машинним рівнянням:

$$-U_j = - \left\{ \sum_{k=0}^N k_{jk} * \text{sign} U_k \right\} \quad (4.2)$$

Для БМД в режимі множення елементарне структурне машинне рівняння отримують виходячи з того, що вихідна напруга дорівнює добутку вхідних напруг, помноженому на коефіцієнт передачі, зі знаком, що відповідає структурі ОБ за виходом. Так, для схем, зображених на рис. 3.3а і 3.3б відповідно отримаємо наступні структурні машинні рівняння;

$$(+U_m) = (+km)(+U_r)(+U_i) \quad (4.3)$$

$$(-U_m) = (-km)(+U_r)(+U_i) \quad (4.4)$$

Елементарне структурне машинне рівняння для БМД в режимі ділення отримують виходячи з того, що вихідна напруга дорівнює коефіцієнту передачі зі знаком, який відповідає структурі ОБ за виходом, помноженому на відношення напруги, що подається на вхід «діленого» (перший вхід), до напруги, яка подається на вхід «дільника». ОБ (див. рис.3.4а-3.4б) будуть

описуватися наступними елементарними структурними машинними рівняннями.

$$\langle U_d \rangle = \langle k_d \rangle \frac{\langle U_r \rangle}{\langle U_1 \rangle} \quad (4.5)$$

$$\langle U_d \rangle = \langle k_d \rangle \frac{\langle U_r \rangle}{\langle U_1 \rangle} \quad (4.6)$$

Для БМД в режимі піднесення до квадрату вихідна напруга ОБ дорівнює квадрату вхідної, помноженому на коефіцієнт передачі блока зі знаком, що відповідає структурі блока за виходом

$$\langle U_{F1} \rangle = k_{F1} \cdot (+U_r)^2, \text{ причому } k_{F1} = k_m \quad (4.7)$$

Структурне машинне рівняння для БМД в режимі знаходження квадратного кореня отримують виходячи з того, що вихідна напруга дорівнює квадратному кореню із вхідної напруги, знак якої необхідно залишити незмінним або замінити на зворотній в залежності від структури ОБ за входом, помноженому на коефіцієнт передачі зі знаком, відповідним до структури блока за виходом. У відповідності до цього правила ОБ (см. рис.3.5) описуються відповідно рівняннями

$$\langle U_{F2} \rangle = \langle k_{F2} \rangle \sqrt{+ \langle U_r \rangle} \quad (4.8)$$

$$\langle U_{F2} \rangle = \langle k_{F2} \rangle \sqrt{- \langle U_r \rangle} \quad (4.9)$$

Для функціональних перетворювачів та схем, що моделюють ТН, структурні машинні рівняння записують через нелінійну характеристику ОБ в машинних змінних (F_s^u або ψ_s^u).

ДУФП (см. рис. 3.6) та схема, що моделює ТН (см. рис.3.7), описуються відповідно структурними машинними рівняннями

$$\langle U_F \rangle = F_s^u \langle U_r \rangle \quad (4.10)$$

$$\langle U_\psi \rangle = \psi_s^u \langle U_r \rangle \quad (4.11)$$

Отримані лінійні елементарні структурні машинні рівняння та рівняння множення-ділення необхідно перетворити, розкривши дужки і виконавши приведення знаків таким чином, щоб перед лівою частиною рівняння стояв знак "+". Знаки в інших нелінійних рівняннях (для ДУФП і схем, що моделюють ТН) не приводяться і ці рівняння повинні бути залишені без змін. Це необхідно для того, щоб врахувати зміни моделюючої характеристики, що могли статися при складанні первинної структурної схеми. Рекомендується спочатку скласти систему основних елементарних структурних машинних рівнянь і окремо системи додаткових елементарних структурних рівнянь. При цьому послідовність елементарних структурних рівнянь повинна відповідати послідовності масштабованих машинних рівнянь.

5. СПІВСТАВЛЕННЯ МАСШТАБОВАНИХ ТА ЕЛЕМЕНТАРНИХ СТРУКТУРНИХ МАШИННИХ РІВНЯНЬ

Для забезпечення тотожності необхідно, по-перше, привести рівняння оригінала і моделі до одних і тих же змінних, що було виконано в пункті 2.1 при отриманні масштабованих машинних рівнянь, які є рівняннями оригінала, представленими в машинних змінних. По-друге, привести рівняння оригінала (ММР) і моделі (ЕСМР) до єдиної загальної форми - форми елементарних структурних машинних рівнянь. При правильному використанні даної методики описи оригінала і моделі повинні збігтися. Якщо в будь-якій парі рівнянь, що порівнюється, не збігаються знаки, в одному з них відсутня будь-яка напруга, або повністю відсутнє якесь рівняння, необхідно оцінити правильність виконання попередніх пунктів і знайти помилку.

При співставленні інших нелінійних рівнянь, моделюючих ТН або функції однієї залежної змінної, необхідно знаки в масштабованих машинних рівняннях привести у відповідність зі знаками елементарних структурних рівнянь. Наприклад, якщо вихідне нелінійне масштабоване рівняння

$$U_F = \frac{1}{M_F} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot M_r \cdot U_r\right)$$

співставляється зі структурним машинним рівнянням $\langle -U_F \rangle = F_s^u \langle U_r \rangle$, то перетворене масштабоване машинне рівняння повинне мати вигляд

$$(-U_F) = \frac{-1}{M_F} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot M_r \cdot (+U_r)\right)$$

і т. д..

Аналогічно виконується і приведення масштабованих машинних рівнянь для типових нелінійностей.

6. ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ТОТОЖНОСТІ ОПИСІВ ОРИГІНАЛА ТА МОДЕЛІ.

6.1. ОТРИМАННЯ РІВНЯНЬ ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ.

Для забезпечення тотожності необхідно прирівняти відповідні коефіцієнти масштабованих і елементарних структурних машинних рівнянь. Отримані співвідношення між коефіцієнтами передач ОБ (лінійних і множення-ділення) з одного боку і вихідними коефіцієнтами та масштабами - з іншого називають рівняннями еквівалентності. Число рівнянь еквівалентності дорівнює кількості невідомих коефіцієнтів передач, і це дозволяє однозначно визначати значення коефіцієнтів передач ОБ. Оскільки в кожне рівняння еквівалентності входить лише один невідомий коефіцієнт передачі, ці рівняння фактично перетворюються на формули для розрахунку коефіцієнтів передач.

Наприклад, якщо прирівняти відповідні коефіцієнти при U_k в елементарних структурних машинних рівняннях (4.1)...(4.2) і перетворених масштабованих машинних рівняннях (2.4)...(2.5), отримаємо наступні рівняння еквівалентності:

$$k_{ik} = |a_{ik}| \cdot M_r \cdot \frac{M_k}{M_i} \quad k = \overline{1, N} \quad i = \overline{1, n} \quad (6.1)$$

$$k_{jk} = |a_{jk}| \cdot \left(\frac{M_k}{M_j} \right) \quad k = \overline{1, N} \quad (6.2)$$

$$\text{Оскільки } \frac{a_{ik}}{\text{sign} a_{ik}} = |a_{ik}| \quad \text{і} \quad \frac{a_{jk}}{\text{sign} a_{jk}} = |a_{jk}|$$

Рівняння еквівалентності, отримані з елементарних структурних машинних рівнянь (4.3)-(4.9) і відповідних перетворених масштабованих машинних рівнянь (2.6) -(2.9), мають вигляд:

$$k_m = \frac{M_r \cdot M_e}{M_m} \quad (6.3)$$

$$k_d = \frac{M_r}{M_e \cdot M_d} \quad (6.4)$$

$$k_{F1} = \frac{M_r^2}{M_{F1}} \quad (6.5)$$

$$k_{F2} = \frac{\sqrt{M_r}}{M_{F2}} \quad (6.6)$$

Якщо в отримані рівняння еквівалентності підставити значення масштабів, можна легко і однозначно визначити такі значення коефіцієнтів передач, при яких забезпечується тотожність рівнянь оригінала і моделі.

Слід зазначити, що якщо хоча б один з масштабів, підставлених в рівняння еквівалентності, пробний, отримаємо пробне значення відповідного коефіцієнта передачі ОБ. Оптимальне значення коефіцієнтів передач отримаємо лише в разі підстановки всіх оптимальних значень масштабів.

6.2.ОТРИМАННЯ РІВНЯНЬ ТОТОЖНОСТІ.

Для забезпечення тотожності рівнянь оригінала (масштабованих машинних рівнянь) і моделі (структурних машинних рівнянь) необхідно прирівняти відповідні нелінійні залежності цих рівнянь. Отримані співвідношення нелінійних характеристик ДУФП або схем, моделюючих ТН з одного боку і вихідних нелінійних залежностей і масштабів - з іншого, називаються рівняннями тотожності. Число рівнянь тотожності дорівнює кількості невідомих нелінійних характеристик ОБ (ФП або схем, моделюючих ТН), що дозволяє однозначно визначати ці нелінійні характеристики. Оскільки знаки в масштабованих машинних рівняннях були приведені у відповідність із знаками структурних рівнянь, рівняння тотожності рекомендується записувати так, щоб було зрозуміло, яка напруга подається на вхід нелінійного ОБ, яка знімається з виходу і яку нелінійну характеристику має блок. Наприклад, якщо структурне машинне рівняння

$$\left\langle U_F \right\rangle \equiv F_s^u \left\langle U_r \right\rangle,$$

а перетворене масштабоване машинне рівняння

$$(-U_F) = -\frac{1}{M_F} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot M_r \cdot (+U_r)\right)$$

то рівняння тотожності слід записати у такому вигляді:

$$(-U_F) = F_s^u \llbracket U_r \rrbracket = -\frac{1}{M_F} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot M_r \cdot (+U_r)\right)$$

7. ВИЗНАЧЕННЯ (ВИБІР) ЗНАЧЕНЬ МАСШТАБІВ.

7.1. ВИБІР МАСШТАБУ ЧАСУ.

При розв'язанні на аналогових ЕОМ задач Коші незалежна математична змінна (реальний час) відображується в моделі машинним часом τ . Ці величини зв'язані між собою простим масштабним співвідношенням, $t = M_\tau \cdot \tau$ де $M_\tau = \text{const}$ - масштаб часу.

При використанні математичного моделювання за допомогою операційних блоків необхідно задати масштаб незалежної змінної – співвідношення між реальним і машинним часом. Практичні рекомендації: найкращі результати виходять при тривалості процесу рішення задачі $\llbracket t_{\max} \rrbracket 10 \dots 50$ с., тобто

$$\frac{t_{\max}}{50} < M_\tau < \frac{t_{\max}}{10} \quad (7.1)$$

7.2. ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ЗНАЧЕНЬ І ВИБІР ПРОБНИХ ЗНАЧЕНЬ МАСШТАБІВ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЗАЛЕЖНИХ ЗМІННИХ.

Оскільки напруга U_k - вихідна напруга ОБ для запобігання перевантаженням або насиченню цих блоків, що порушують нормальну роботу аналогових ЕОМ, значення машинних змінних не повинні виходити за межі лінійного діапазону ОБ, обмеженого значеннями $+U_{\max}$ і $(-U_{\max})$. Бажано, щоб даний лінійний діапазон кожного ОБ використовувався повністю, оскільки при збільшенні коефіцієнта використання лінійного діапазону K_k збільшується відношення сигнал/перешкода, а отже, і точність.

Під коефіцієнтом використання вихідного лінійного діапазону мають на увазі співвідношення:

$$K_k = \frac{|U_k|_{\max}}{U_{\max}}, \quad (7.2)$$

де $|U_k|_{\max}$ - максимальна по абсолютному значенню вихідна напруга кожного ОБ.

Для збільшення коефіцієнта використання вихідного лінійного діапазону ОБ і підвищення точності моделювання необхідно зменшувати значення масштабів. Мінімальне значення масштабу:

$$M_{\kappa}^* = \frac{|y_{\kappa}|_{max}}{U_{max}} \quad (7.3)$$

Оскільки це значення масштабу забезпечує максимально можливу точність, назвемо його оптимальним і позначимо M_{κ}^* . При оптимальному значенні масштабу $K_{\kappa}^* = 1$

Очевидно, що для визначення оптимальних значень масштабів необхідно заздалегідь знати максимальні за абсолютним значенням залежних змінних задачі $|y_{\kappa}|_{max}$, тобто діапазон заміни змінних.

Інколи значення $|y_{\kappa}|_{max}$ бувають очевидними з вмісту завдання або їх можна легко визначити за допомогою наближених обчислень. Значення M_{κ}^* можна визначити після пробних рішень і відразу, опустивши проміжні обчислення $|y_{\kappa}|_{max}$ за формулою:

$$M_{\kappa}^* = M'_{\kappa} \cdot K'_{\kappa} \quad (7.4)$$

$$\text{Оскільки } M_{\kappa}^* = \frac{|y_{\kappa}|_{max}}{U_{max}} = \frac{|U_{\kappa}|_{max} \cdot M'_{\kappa}}{U_{max}} = M'_{\kappa} \cdot K'_{\kappa}$$

де M'_{κ} - вибране пробне значення масштабу, K'_{κ} - отримане в результаті пробного вирішення значення; коефіцієнт лінійного діапазону кожного ОБ.

Якщо при пробному розв'язанні одна або декілька напруг U_{κ} виходять за межі лінійного діапазону, необхідно збільшити відповідні масштаби (зазвичай збільшують в 2 рази) і повторити пробне розв'язання. Обчислення повторюють доти, доки вся напруга не лежатиме у межах лінійного діапазону, а потім визначають K'_{κ} і розраховують M_{κ}^* . Слід зазначити, що для функцій часу відомий діапазон зміни t і можуть бути легко отримані значення $|y_{\kappa}|_{max}$. Таким чином, необхідно для $U_{max}=100$ В виконати наступне:

- визначити оптимальне значення масштабів M_{κ}^* і округлити ці значення до другої значущої цифри (у більшу сторону);
- визначити пробні значення останніх масштабів відповідно до нижче приведених формул:

$$M'_j = \frac{2 \cdot |y_j|}{U_{max}} \quad (7.5)$$

8. ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ СХЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ.

8.1. ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ І ПРОБНИХ ЗНАЧЕНЬ КОЕФІЦІЄНТІВ ПЕРЕДАЧ ЛІНІЙНИХ ОБ І БЛОКІВ МНОЖЕННЯ-ДІЛЕННЯ.

Підстановка в рівняння еквівалентності пробних значень масштабів дозволяє визначити пробні значення коефіцієнтів передач. Підстановка всіх оптимальних значень масштабів дозволяє визначити оптимальні значення коефіцієнтів передач для лінійних ОБ і блоків множення-ділення.

Слід пам'ятати, що, якщо в праву частину деякого рівняння еквівалентності підставляється хоча б один пробний масштаб, отримуємо пробне значення відповідного коефіцієнта передачі.

При виконанні цього пункту попередньої підготовки необхідно забезпечити підбір пробного значення масштабу тієї залежної змінної, для якої $y_i \neq 0$. Підбір здійснюється так, щоб значення всіх коефіцієнтів передач лінійних ОБ задовольняли нерівності ($k_{min} = 0.01 < k < 100 = k_{max}$).

Якщо значення деякого коефіцієнта виходить за межі вказаного вище діапазону, необхідно змінити масштаби і виконати перерахунок коефіцієнтів. На практиці найпростіше змінити масштаб незалежної змінної (M_r).

8.2. ВИЗНАЧЕННЯ ЗНАЧЕНЬ ПОЧАТКОВОЇ НАПРУГИ ОБ І ОПТИМАЛЬНИХ ЗНАЧЕНЬ НАПРУГИ.

Підстановка у формулу (2.13) замість масштабу M_i пробного значення M_i' дозволяє обчислити пробні значення U_i' , а підстановка оптимального значення M_i^* - оптимальне значення напруги початкової умови U_i^* , тобто

$$U_i^* = \frac{y_i}{M_i^*}, (i = \overline{1, n}) \quad U_i' = \frac{y_i}{M_i'}, (i = \overline{1, n}) \quad (8.1)$$

Слід зазначити, що, якщо пробні значення масштабів вибрані відповідно до формули (7.5), то отримане пробне значення U_i' за абсолютною величиною буде рівне $0.5 \cdot U_{max}$.

Для визначення оптимального значення постійної зовнішньої напруги U_0^* необхідно використовувати формулу (2.15), тобто

$$U_0^* = \frac{1}{M_0^*}; \quad (8.2)$$

Оформлення робочого документа.

1. Складаємо схему принципову електричну за схемою функціональною, що була отримана при попередній підготовці. На принциповій електричній схемі мають бути вказані: номери ОБ, номери ОУ, номери і номінали R багатополюсника, номінали конденсаторів і N, N-ра потенціометр заданий МР. Інколи на схемі вказуються значення коефіцієнт передач і U_{mp} , і постійних зовнішніх напруг.

2. Карта налаштування коефіцієнтів передач для НОБ.

3. Значення коефіцієнтів передач блоків множення та ділення.

4. Карти налаштування діючих елементів, що входять до складу схеми моделюючих типових нелінійностей.

5. Карти налаштування ДУФП.

Примітка: якщо в попередній підготовці не була виконана кусочно-лінійна апроксимація, то її потрібно виконати перед складанням карти налаштування.