УДК 004.056.5

Марковський О. П.,
Білашевська А. В.

МЕТОД КОРЕКЦІЇ БАГАТОКРАТНИХ ПОМИЛОК В КАНАЛАХ ПЕРЕДАЧІ ЦИФРОВИХ ДАНИХ ЗІ СПЕКТРАЛЬНОЮ МОДУЛЯЦІЄЮ

METHOD FOR MULTIPLE ERRORS CORRECTION IN SPECTRAL MODULATION DATA TRANSMISSION CHANNEL

Стаття присвячена проблемі підвищення ефективності виправлення двократних помилок передачі даних в каналах зі спектральною модуляцією за рахунок спрощення та прискорення обчислень, пов'язаних з корекцією помилок.

В роботі запропоновано, теоретично обґрунтовано і досліджено підхід до корекції багатократних помилок в каналах зі спектральною модуляцією на основі позиційних корегуючих сум, що дозволяє визначати позиції спотворених символів та вектори їх спотворення без перебору всіх символів блоку.

Ключові слова: багатократні помилки передачі даних, виявлення помилок, виправлення помилок, кодування помилок, зважені контрольні суми, циклічні і лінійні корегуючи коди.

The paper is dedicated to the efficiency improving of double error correction of data transmission in channels with spectral modulation by simplifying and accelerating the computations associated with error correction.

The paper presents a theoretically grounded and investigated approach of double errors correction in channel with spectral modulation based on positional correcting sums that allows to determine the positions of distorted symbols and their distortion vectors without enumeration through all the symbols of block.

Key words: multiple data transmission errors, error detecting, error correction, coding errors, weighted checksums, cyclic and linear redundancy correcting codes.

Актуальність теми дослідження. Розвиток розподілених комп'ютерних систем в останнє десятиліття стимулювався, головним чином, потужним прогресом засобів передачі даних між їх компонентами. Чільне місце в сучасних технологій передачі даних в комп'ютерних мережах та розподілених системах займають канали передачі зі спектральною модуляцією. Цифрові дані в таких каналах передаються посимвольно і на фізичному рівні передача символу співвідноситься з відповідною стрибкоподібною зміною фази та амплітуди несучого синусоїдального сигналу [1].

Продуктивність розподіленої обробки даних значною мірою визначається швидкістю обміну даними між компонентами комп'ютерних систем. Тому, в найближчій перспективні, швидкість передачі даних буде зростати, в тому числі і за рахунок зменшення надійності, маючи на увазі те, що воно, в принципі, може бути скомпенсоване використанням більш потужних методів виправлення помилок [2].

Таким чином, наукова задача прискорення підвищення ефективності корекції помилок даних в каналах передачі даних зі спектральною модуляцією з огляду на сучасний стан розвитку технологій комп'ютерної обробки інформації є актуальною.

Постановка проблеми. Зростання швидкості обміну цифровими даними між компонентами комп'ютерних систем диктує необхідність вдосконалення існуючих і створення нових методів та засобів виправлення помилок, що виникають при передачі цифрових даних.

Аналіз існуючих способів корекції помилок в каналах зі спектральною модуляцією. Вважаючи на практичну важливість проблеми виправлення помилок передачі даних в бездротових каналах, на які вливають зовнішні електромагнітні завади, до теперішнього часу створено ряд методів корекції помилок передачі символів [3].

Ефективність засобів корекції помилок характеризується через три групи критеріїв:

– функціональні, що характеризують здатність вирішувати задачу виявлення та виправлення помилок;

– обчислювальні, що характеризують реалізацію корекції на програмному та апаратному рівнях;

– інформаційні, що характеризують рівень інформаційної надлишковості для виправлення помилок.

До функціональних критеріїв відносяться:

1. кратність помилок, що можуть бути гарантовано виправлені без повторної передачі;
2. ймовірності виправлення помилок кратності, більшої за гарантовану;
3. кратність помилок, які гарантовано виявляються.

До розряду обчислювальних критеріїв відносяться:

1. обчислювальна та часова складність обчислювальних процедур виявлення та корекції помилок,
2. часова складність обчислювальних процедур виявлення та корекції помилок,
3. складність апаратних засобів корекції помилок.

В якості інформаційного критерію ефективності засобів корекції помилок найчастіше виступає кількість контрольних розрядів, що передаються разом з блоком даних.

Динаміка розвитку технологій передачі даних має наслідком зміщення акцентів значимості наведених критеріїв ефективності методів контролю помилок. Багатократне підвищення швидкості передачі зумовлює зростання значимості оцінки обчислювальної складності операцій декодування, виявлення помилок та їх корекції, яка визначає можливість виконання цих операцій в темпі передачі. Цей же чинник знижує значимість, як критерію ефективності, числа контрольних розрядів, що додатково передаються.

Стосовно каналів передачі даних зі спектральною модуляцією засоби корекції помилок мають локалізувати спотворені при передачі дані, а також визначити вектори спотворення кожного із пошкоджений символів.

Якщо вважати, що інформаційний блок B містить $n=2^k-1$ m-розрядних канальних символів $B=\{X_1, X_2,...,X_n\}$, кожен j-тий ($j\in\{1,..,n\}$ з яких X_jпередається одним канальним сигналом іскладається з m бітів: $X_j=\{x_{j1},x_{j2},...,x_{jm}\}$, $\forall i\in\{1,..,m\}$: $x_{ji}\in\{0,1\}$, то теоретичний мінімум k_m кількості контрольних розрядів, потрібних для виправлення h спотворених символів становить:

$$k_m = h \cdot (log_2 n + log_2 m) \quad (1)$$

Класичним засобом виправлення багатократних помилок в каналах зі спектральною модуляцією є корегуючі коди Ріда-Соломона [4]. Ці коди являють собою недвійкові циклічні коди, що здатні виправляти довільну кількість h спотворених при передачі символів з використанням $2 \cdot h$ контрольних символів. Використання кодів накладає обмеження на довжину блоку:

$$n \leq 2^m - 1 \quad (2)$$

Таким чином, при урахуванням обмеження (2), кількість контрольних символів в кодах Ріда-Соломона відповідає теоретичному мінімуму.

Найбільш суттєвим недоліком кодів Ріда-Соломона вважається [3] висока обчислювальна та часова складність. Це зумовлено тим, що для розв'язання системи нелінійних рівнянь на полях Галуа, до якого в математичному сенсі, зводиться локалізація помилок та визначення векторів спотворень, використовується авторегресійна технологія, яка фактично реалізується перебором всіх n символів блоку.

Час T_0 виконання виявлення помилок для кодів Ріда-Соломона визначається формулою:

$$T_0 = 2 \cdot h \cdot n(t_m + t_{XOR}) \quad (3)$$

де t_m- час виконання множення на полях Галуа, t_{XOR}- час виконання операції додавання за модулем 2. Враховуючи, що операція множення складається з m циклів зсуву та додавання за модулем 2, обчислювальна складність виявлення помилок складає $O(8 \cdot h \cdot n \cdot m)$.

Процес корекції помилок включає розв'язання двох систем з h лінійних рівнянь та обчислення синдрому наявності помилки для кожного з символів блоку, так, що загальний час корекції оцінюється формулою [3]:

$$T_s = (n \cdot h + 8 \cdot h^2) \cdot (t_m + t_{XOR}) \quad (4)$$

Відповідно, обчислювальна складність операцій, пов'язаних з корекцією помилок становить $O(n \cdot m \cdot h^2)$.

Виділення недосліджених частин загальної проблеми. В сучасних умовах збільшення швидкості передачі, розрядності символів та довжини блоку, використання кодів Ріда-Соломона не забезпечує для багатьох важливих для практики застосувань можливість корекції в темпі передачі даних.

Постановка завдання. Ціллю дослідження є розробка методу прискореної корекції помилок в каналах зі спектральною модуляцією та спрощення апаратної реалізації корекції.

Метод швидкої корекції багатократних помилок в каналах зі спектральною модуляцією. Контрольований інформаційний блок B містить $n=2^k$-1 m-розрядних канальних символів $B=\{X_1, X_2,...,X_n\}$, кожен j-тий ($j \in \{1,..,n\}$ з яких X_jпередається одним канальним сигналом іскладається з m бітів: $X_j=\{x_{j1},x_{j2},...,x_{jm}\}$, $\forall i \in \{1,..,m\}: x_{ji} \in \{0,1\}$.

Для виявлення багатократних помилок і гарантованого виправлення двох помилок пропонується метод, яких передбачає передачу разом з інформаційним блоком контрольного блоку, який складається з $2 \cdot k+1$ компонентів: . $C=\{C_0,C_1,C_2,...,C_k, S_1,S_2,...,S_k\}$.

Спосіб формування контрольного коду. Нульову компоненту контрольного коду C_0 пропонується обчислювати у вигляді суми за модулем 2 всіх символів блоку:

$$C_0 = X_1 \oplus X_2 \oplus \cdots \oplus X_n \quad (5)$$

Кожен j-тий номер символу X_j блоку B може бути представлений у вигляді двійкового k-розрядного коду: $j = j_1 + j_2 \cdot 2 + j_3 \cdot 2^2 + \ldots + j_k \cdot 2^{k-1}$. Друга компонента C_1 пропонованого контрольного коду являє собою суму за модулем 2 тих символів блоку B, молодший розряд номерів котрих дорівнює одиниці:

$$C_1 = {}_{j=1}^{n}\oplus j_1 \cdot X_j \quad (6)$$

Аналогічно, кожна l-та компонента контрольного коду C_l, $l = 1,\ldots,k$ обчислюється як сума по модулю 2 лише тих символів блоку даних B, l-тий розряд номери яких дорівнює одиниці:

Компоненти контрольного коду $S_1,S_2,\ldots,S_k$ пропонується формуватиз використанням лінійної згортки.

$$C_l = {}_{j=1}^{n}\oplus j_l \cdot X_j \quad (7)$$

Лінійна згортка $\lambda(Y)$ m-розрядного коду $Y=\{y_1,y_2,\ldots,y_m\}$, де $\forall j \in \{1,2,\ldots,m\}$: $y_j \in \{0,1\}$ являє собою h-розрядний ($h=\lfloor \log_2 m \rfloor$) код $Z=\{z_1,z_2,\ldots,z_h\}$, причому, молодший розряд z_1 коду згортки формується як сума за модулем два всіх двійкових розрядів коду Y:

$$Z_1 = {}_{j=1}^{m}\oplus y_j \quad (8)$$

Другий розряд z_2 коду лінійної згортки Z формується як сума за модулем два всіх розрядів коду Y, номери яких мають одиницю в другому розряді, третій розряд z_3 коду згортки являє собою суму за модулем 2 всіх тих розрядів коду Y, номери яких мають одиницю в третьому розряді. Загалом, l-тий розряд z_l, $l \in \{2,3,\ldots,h\}$ коду лінійної згортки формується згідно наступної формули:

$$Z_1 = {}_{j=1}^{m}\oplus y_j \cdot ((j mod 2^{l-1})/2^{l-2}) \quad (9)$$

Наприклад, якщо $Y=\{1,0,1,1,0,1,0,1\}$, то $z_1 = 1\oplus0\oplus1\oplus1\oplus0\oplus1\oplus0\oplus1=1$, $z_2 = 0\oplus1\oplus1\oplus1 = 1$, $z_3 = 0\oplus1\oplus0\oplus1 = 0$, $Z=\lambda(Y) = \{1,1,0\}$.

Головна властивість коду лінійної згортки $\lambda(Y)$ полягає в тому, щоб при будь-якій зміні коду Y зазнає змін його лінійна згортка.

Кожну l-ту компоненту S_l контрольного коду, l=1,...,kпропонується обчислювати як суму за модулем 2 поліноміальних добутків лінійних згорток символів блоку даних B, l-тий розряд порядкових номерів в блоці яких дорівнює одиниці, на їх номери:

$$S_j = {}_{j=1}^{m}\oplus(\lambda(X_j) \otimes j) \cdot j_l) \quad (10)$$

Запропонований спосіб формування контрольного коду може бути ілюстровано наступним прикладом. Нехай передається блок з 7-ми символів, що нумеруються від одиниці до семи: B = {0101, 1011, 1100, 1001, 1111, 1101, 0011}. Для цього прикладу розрядність символів m=4, кількість символів в блоці $n=2^3-1=7$, розрядність порядкового номеру символів в блоці k=3.

Нульова компонента контрольного коду C_0 згідно (1) обчислюється як логічна сума: C_0 = 0101⊕1011⊕1100⊕1001⊕1111⊕1101⊕ 0011 = 1010. Компонента C_1 обчислюється згідно (2) як логічна сума тих символів, молодший розряд номерів яких дорівнює одиниці: $C_1 = X_1\oplus X_3\oplus X_5\oplus X_7$ = 0101⊕ 1100⊕1111⊕0011 = 0101. Аналогічно, компонента C_2 обчислюється як логічна сума тих символів другий розряд номеру яких дорівнює одиниці: $C_2 = X_2\oplus X_3\oplus X_6\oplus X_7$ = 1011⊕ 1100⊕1101⊕0011 = 1001. Код компоненти C_3 являє собою суму за модулем 2 символів, старший розряд номеру яких дорівнює одиниці: $C_3 = X_4\oplus X_5\oplus X_6\oplus X_7$ =

1001⊕ 1111⊕1101⊕0011 = 1000. Лінійні згортки символів блоку утворюють множину: { 00,01,10,10,00,11,10}. Відповідно з (2.15) код S_1 формується як сума поліноміальних добутків згорток символів, молодший розряд номеру яких дорівнює одиниці на самі ці номери, тобто: $S_1=\lambda(X_1)\otimes1 \oplus\lambda(X_3)\otimes3 \oplus\lambda(X_5)\otimes5 \oplus\lambda(X_7)\otimes7$ = 00⊗001 ⊕ 10⊗011 ⊕ 00⊗101 ⊕ 10⊗111 = 0110 ⊕ 1110 = 1001. Аналогічно, $S_2=\lambda(X_2)\otimes2 \oplus\lambda(X_3)\otimes3 \oplus\lambda(X_6)\otimes6 \oplus\lambda(X_7)\otimes7$ = 01⊗010 ⊕ 10⊗011 ⊕ 11⊗110 ⊕ 10⊗111 = 010 ⊕ 110 ⊕ 1010 ⊕ 1110 =0; $S_3=\lambda(X_4)\otimes4 \oplus\lambda(X_5)\otimes5 \oplus\lambda(X_6)\otimes6 \oplus\lambda(X_7)\otimes7$ = 10⊗100 ⊕ 00⊗101 ⊕ 11⊗110 ⊕ 10⊗111 = 1000 ⊕ 1010 ⊕ 1110 = 1100.

Всі описані вище компоненти контрольного коду обчислюються на стороні передавача і передаються разом з інформаційним блоком. Позначимо компоненти контрольного коду, обчислені на стороні передавача як $C_{S,0}$, $C_{S,1}$, $C_{S2},...,C_{S,k}$, $S_{S,0}$, $S_{S,1}$, $S_{S2},...,S_{S,k}$, а компоненти контрольного коду, обчислені приймачем за прийнятим блоком, як $C_{R,0}$, $C_{R,1}$, $C_{R2},...,C_{R,k}$, $S_{R,0}$, $S_{R,1}$, $S_{R2},...,S_{R,k}$. На стороні приймача обчислюються різниці контрольних кодів передавача та приймача:

$$\begin{gathered}\Delta_0 = C_{S,0}\oplus C_{R,j}\\ \forall j = 1,\dots,k\colon \Delta_j = C_{S,j}\oplus C_{R,j}\\ \delta_j = S_{S,0}\oplus S_{R,j}\end{gathered} \qquad (11)$$

Очевидно, що в разі, коли жоден з символів блоку не зазнав спотворення при передачі, всі різниці дорівнюють нулю: $\forall j$=0,...,k: Δ_j=0.

В разі спотворення лише одного q-го символу блоку, $q\in\{1,2,...,n\}$, на стороні приймача код цього символу $X_{R,q}$ відрізняється від відповідного символу на передавачеві $X_{S,q}$, так, що вектор спотворення $\Delta X_q = X_{R,q}\oplus X_{S,q}\neq 0$. Очевидно, що коди різниць в разі спотворення одного символу визначаються наступним чином: $\Delta_0 = \Delta X_q$, $\forall j\in\{1,2,..,k\}$: Δ_j= 0, якщо j-тий розряд q_j номеру q дорівнює нулю: q_j = 0 і Δ_j= ΔX_q, якщо j-тий розряд q_j номеру q дорівнює одиниці: q_j = 1. Таким чином, за кодами перших k+1 різниць $\Delta_0\Delta_1,...,\Delta_k$ однозначно визначаються код вектору спотворення символу: ΔX_q =Δ_0 та розряди $q_1,q_2,...,q_k$ номеру q спотвореного при передачі символу: $\forall j\in\{1,2,..,k\}$: q_j = 0 якщо Δ_j=0, q_j= 1, якщо $\Delta_j\neq$ 0. Відповідно, виправлення спотвореного символу виконується у вигляді: X_q = $X_{R,q}\oplus\Delta X_q$. Сама ситуація виникнення однократної помилки визначається на умовою: $\forall j\in\{1,2,..,k\}$: $\Delta_j\in\{0,\Delta_0\}$.

В разі спотворення при передачі пари символів, що мають в блоці порядкові номери q та p, причому p <q, постає задача визначення як самих позицій q і p, так і векторів спотворень обох символів ΔX_q та ΔX_p.

Якщо вектори спотворень обох пошкоджених при передачі символів відрізняються, тобто $\Delta X_q\neq\Delta X_p$, ця задача вирішується доволі просто. Код різниці нульових компонентів контрольного коду в цій ситуації дорівнює в цій ситуації значення: Δ_0 = $\Delta X_p\oplus\Delta X_q\neq$ 0. Кожна j-та різниця, $j\in\{1,2,..,k\}$, наступних k компонентів контрольного коду можуть приймати лише 4 значення:

– Δj = 0, якщо j-ті розряди qj і pj номерів q та p дорівнюють нулю: qj = pj = 0;

– Δj = Δ0 = ΔXp ⊕ΔXq, якщо j-ті розряди qj і pj номерів q та p дорівнюють одиниці: qj = pj = 1;

– Δj = ΔXp якщо j-тий розряд qj номеру q дорівнює нулю, а j-тий розряд pj номеру p дорівнює одиниці: qj = 0, pj = 1;

– Δj = ΔXq якщо j-тий розряд qj номеру q дорівнює одиниці, а j-тий розряд pj номеру p дорівнює нулю: qj = 0, pj = 1.

Процедура відновлення номерів пошкоджених символів. Відповідно, процедура відновлення номерів *q* та *p* пошкоджених символів представлена у вигляді наступної послідовності дій:

1. Встановити індекс j поточного розряду номеру в k: j = k, прапорець f виявлення першого розряду, в якому різняться коди q та p встановлюється в нуль: f=0.

2. Якщо Δj = 0, то j-ті розряди p та q встановлюються в нулі, pj = 0, qj = 0. Перехід на п.6.

3. Якщо Δj = Δ0, то j-ті розряди p та q встановлюються в одиниці, pj = 1, qj = 1. Перехід на п.6.

4. Якщо Δj ≠Δ0, Δj ≠ 0 і f = 0, то j-тий розряд q встановлюється в одиницю, j-тий розряд p встановлюється в нуль, qj = 1, pj = 0, ΔXq = Δj і f=1 Перехід на п.6.

5. Якщо Δj ≠Δ0,Δj ≠ 0 і f = 1, то, якщо Δj = ΔXq , j-тий розряд q встановлюється в одиницю, j-тий розряд p встановлюється в нуль, qj = 1, pj = 0, інакше j-тий розряд p встановлюється в одиницю, а j-тий розряд q встановлюється в нуль, pj = 1, qj = 0. Перехід на п.6.

6. Декремент індексу поточного розряду номеру j = j – 1. Якщо j > 0, то повернення на п.2.

7. Визначення вектору ΔXp = Δ0 $\oplus$ ΔXq. Корекція пошкоджених символів: Xp= XR,p⊕ΔXp; Xq= XR,q⊕ΔXq. Кінець.

Конструктивність розробленої процедури визначається тим, що в силу того, що номери *q* та *p* обов'язково розрізняються, причому *q*>*p*, то в старшому розряді, в якому ці коди відмінні, відповідний розряд *q* дорівнює нулю, а однойменний розряд *p* дорівнює одиниці. Це значить, що обов'язково виконується п.4 наведеної вище процедури, який визначення вектор спотворення *q*-го символу - ΔX_q.

Наведена процедура корекції двох спотворених при передачі символів блоку за умови, що вектори їх спотворення відрізняються може бути ілюстрована наступним чином. Якщо припустити, що в рамках наведеного вище прикладу спотворені 4-й та 6-й символи (*q*=6, *p*=4), причому вектор першого із спотворених символів ΔX_p= 1100, а другого ΔX_q = 1001, то прийнятий блок B={ 0101, 1011, 1100, **0101**, 1111, **0100**, 0011}. Значення обчислених на стороні приймача перших *k*+1 компонентів контрольного коду становлять:

$C_{R,0}$= 0101⊕1011⊕1100⊕**0101**⊕1111⊕**0100**⊕0011=1111,

$C_{R,1}$=0101⊕ 1100⊕1111⊕0011 = 0101;

$C_{R,2}$=1011⊕1100⊕**0100**⊕0011 = 0000;

$C_{R,3}$= **0101**⊕ 1111⊕**0100**⊕0011 = 1101.

Відповідно, Δ_0= 0101; Δ_1=0000; Δ_2=1001; Δ_3=0101.

Згідно п.1 наведеної вище процедури, індекс *j*=3, *f*=0. Так як Δ_3=0101=Δ_0, то згідно з п. 3 процедури старші розряди номерів пошкоджених символів дорівнюють одиниці: p_3=1 і q_3=1. При *j*=2 виконуються умови п.4 процедури: $\Delta_2 \neq \Delta_0$, $\Delta_2 \neq 0$ і *f* = 0: відповідно 2-тий розряд *q* встановлюється в одиницю, 2-тий

розряд p встановлюється в нуль, $q_j = 1$, $p_j = 0$, $\Delta X_q = \Delta_2 = 1001$ і f=1. При j=1 виконується умова п.2 процедури: Δ_1=0, відповідно згідно з п.2 p_1=1 і q_1=1. Таким чином, позиції пошкоджених при передачі визначено: q=6, p=4. Останнім п.7 визначається вектор спотворення 4-го символу: $\Delta X_4 = \Delta_0 \oplus \Delta X_6 = 0101 \otimes 1001 = 1100$ та відновлюються спотворені символи: $X_4 = X_{R,4} \oplus \Delta X_4 = 0101 \oplus 1100 = 1001$, $X_6 = X_{R,6} \oplus \Delta X_6 = 0100 \oplus 1001 = 1101$.

Якщо вектори спотворень обох пошкоджених символів однакові, тобто $\Delta X_p = \Delta X_q$, то Δ_0=0 і для корекції використовуються різниці $\delta_1,\delta_2,...,\delta_k$ компонентів $S_1,S_2,...,S_k$. Процедура корекція пари символів з порядковими номерами p та q, причому $q>p$ полягає в виконанні наступної послідовності дій:

1. Встановити індекс j поточного розряду номеру в k: $j = k$, прапорець f виявлення першого розряду, в якому різняться коди q та p встановлюється в нуль: f=0.

2. Якщо $\delta j = 0$, то j-ті розряди p та q встановлюються в нулі, pj = 0, qj = 0. Перехід на п.6.

3. Якщо $\delta j \neq 0$, а $\Delta j = 0$, то j-ті розряди p та q встановлюються в одиниці, pj = 1, qj = 1. Перехід на п.6.

4. Якщо $\delta j \neq 0$, $\Delta j \neq 0$ і f = 0, то j-тий розряд q встановлюється в одиницю, j-тий розряд p встановлюється в нуль, qj = 1, pj = 0, $\Delta Xq = \Delta j$, збереження значення δj в змінній d: $d = \delta j$, установка в одиницю прапорця f=1 Перехід на п.6.

5. Якщо $\delta j \neq 0$, $\Delta j \neq 0$ і f = 1, то, якщо $\delta j = d$, j-тий розряд q встановлюється в одиницю, j-тий розряд p встановлюється в нуль, qj = 1, pj = 0, інакше j-тий розряд p встановлюється в одиницю, а j-тий розряд q встановлюється в нуль, pj = 1, qj = 0. Перехід на п.6.

6. Декремент індексу поточного розряду номеру j = j – 1. Якщо j > 0, то повернення на п.2.

7. Визначення вектору ΔXp = ΔXq. Корекція пошкоджених символів: Xp= XR,p⊕ΔXp; Xq= XR,q⊕ΔXq. Кінець.

Процедура корекції двох однаково спотворених символів блоку може бути ілюстрована наступним чином. Якщо припустити, що в рамках наведеного вище прикладу спотворені 3-й та 6-й символи (q=6, p=3), причому вектори спотворення обох символів обох символів дорівнюють $\Delta X_p = \Delta X_q$ =1001, то прийнятий блок має вигляд B={ 0101,1011,**0101**,1001,1111, **0100**, 0011}. Значення обчислених на стороні приймача $2 \cdot k$+1 компонентів контрольного коду становлять: $C_{R,0}$= 1010, $C_{R,1}$= 1101; $C_{R,2}$=1001; $C_{R,3}$= 0001, $S_{R,1}$=1111, $S_{R,2}$= 1010, $S_{R,3}$= 0. Відповідно, Δ_0= 0; Δ_1=1001; Δ_2=0; Δ_3=1001, δ_1 = 110; δ_2 =1010; δ_3 = 1100.

Згідно п.1 наведеної вище процедури, індекс j=3, f=0. Так як $\delta_3 = 1100 \neq 0$, $\Delta_3 = 1001 \neq 0$ і f=0, то згідно з п. 4 процедури старший розряд більшого номеру q дорівнює одиниці: q_3=1, старший розряд меншого номеру p дорівнює нулю: p_3=1; в змінній d фіксується значення δ_3 = 1100, f=1. При j=2 виконуються умови п.3 процедури: Δ_2=0, $\delta_2 \neq 0$: відповідно p_2=1 і q_2=1. При j=1 виконується умова п.5 процедури: $\delta_1 = 110 \neq 0$, $\Delta_1 = 1001 \neq 0$ і $f = 1$, при цьому $\delta_1 = 110 \neq d$=1100, відповідно молодший розряд p встановлюється в одиницю, а молодший розряд q встановлюється в нуль, $p_j = 1$, q_j=0. Таким чином, позиції пошкоджених при передачі визначено: q=6, p=3. Останнім п.7 визначається вектор спотворення

3-го символу: $\Delta X_3 = \Delta X_6 = 1001$ та відновлюються спотворені символи: $X_3 = X_{R,3} \oplus \Delta X_3 = 0101 \oplus 1001 = 1100$, $X_6 = X_{R,6} \oplus \Delta X_6 = 0100 \oplus 1001 = 1101$.

Загальна довжина l контрольного коду C та S обчислюється як сума розрядів всіх k її компонентів. Очевидно, що розрядність перших k компонентів коду C дорівнює розрядності символу – m, компонентів коду S – $\log_2 k + \log_2 m - 1$. Таким чином, загальна довжина L контрольного коду визначається формулою:

$$L = k \cdot (m + \log_2 m + k - 1) + m. \quad (12)$$

Наприклад, для типових для практики значень розрядності символу $m = 8$ (QAM-256) і довжини блоку $n = 1024$, довжина контрольного коду становить $L = 208$, або 26 символів, що становить 2.5% об'єму інформаційного блоку.

З виразу (12) слідує, що кількість контрольних символів, що передаються додатково і використовуються для корекції спотворених при передачі символів для запропонованому методі помітно перевищує аналогічний показник для циклічних кодів і, зокрема, коду Ріда-Соломона. Проте для сучасних швидкостей передачі даних, яка вимірюється Мегабайтами за секунду, зменшення на 1-2 порядки часу корекції помилок вагоміший за передачу декількох додаткових символів.

Висновки. В результаті проведених досліджень запропоновано метод прискореної корекції помилок в каналах зі спектральною модуляцією, кратність не більше 2-х.

За рахунок використання більшої кількості контрольних розрядів, в $4 \cdot n$ разів зменшено обчислювальну складність корекції в порівнянні з кодами Ріда-Соломона, що дозволяє на порядки прискорити процес корекції та спростити апаратну реалізацію.

Метод орієнтовано для швидкісних каналів передачі даних між компонентами розподілених систем комп'ютерного управління, що працюють у режимі реального часу.

Список літератури

1. Reed I.S. Polynomial codes over certain finite fields. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics.-1960.- № 8(2). - pp. 300–304.

2. Wickers S.B.. Reed-Solomon Codes and Their Applications. IEEE Press. Piscataway, New Jersey.-1983.- p.433

3. Ирвин Дж. Передача данных в сетях: инженерный подход. СПб.: БХВ-Петербург, 2002.- 448 с.

4. Марковський О.П. Метод виправлення трьохкратних помилок передачі даних в двійкових симетричних каналах Вісник Національного технічного університету України "КПІ" Інформатика, управління та обчислювальна техніка, – Київ: ВЕК+ – 2014. – № 60. - С.33-40

5. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение, 2005.- 319 с.

6. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Издательский дом "Вильямс".- 2004.- 1104 с.

ДОВІДКА ПРО АВТОРІВ

Марковський Олександр Петрович – доцент, кафедра обчислювальної техніки,Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».

Markovskyi O. P. – associate professor, Department of Computer Engineering, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv PolytechnicInstitute”.

Білашевська Анастасія Володимирівна – студентка, кафедра обчислювальної техніки, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».

Bilashevska Anastasia Volodymyrivna - student, Department of Computer Engineering, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”.

E-mail: harasymovych.hv@gmail.com

Markovskyi O. P.,
Bilashevska A. V.

METHOD FOR MULTIPLE ERRORS CORRECTION IN SPECTRAL MODULATION DATA TRANSMISSION CHANNEL

Topicality of the research.

The current dynamic expansion of the use of mobile telecommunications has as a consequence the multiple increase of the intensity of high-frequencies in the environment. This correspondingly increases the level of radio interference which produces an increase in the errors within the digital information transmission channels.

This specifies the urgency and the practical importance of the development of new methods and means to increase the reliability of the errors control in the telecommunications network systems with spectral modulation.

Problemstatement.

The urgent task is to develop means to increase the effectiveness of error detection in digital information channels with effective spectral modulation, which channels are constantly increasing in the telecommunication networks.

Analysis of recent researches and publications.

The basic criteria for effective error control in the computer networks are the reliability of error detection in multiple cases and the response time for the implementation of the calculations connected with error detection during the data transmission.

In the computer networks the information is most frequently transferred by blocks and as a result the CRC (Cyclic Redundancy Code) and CS (Check Sum) methods are widely used for error control.

Uninvestigated parts of general matters defining.

The essential drawback of the CRC error detection method is its low speed implementation of the remainders calculated on a per bit basis. For eliminating this

deficiency in recent years a number of tabular methods have been proposed for the remainder calculation on per bytes and per words basis. However, the complexity of realizing the tabular methods is sufficiently high.

In particular, they do not ensure guaranteed detection of signal channels of the most common after the single errors, which are the dual and triple errors. Furthermore, the use of CRC is connected with the problem of effective computational realization of the operations of control at the rate of information transmission, since the procedure of the calculation of the error syndrome in CRC is done principally in a sequential manner.

The research objective.

The scope of the present research is the development of the means to increase the reliability of the repeated errors detection during transmission of the symbols in the digital information channels with the use of effective spectral modulation. For this it is necessary to ensure the possibility of the high-speed realization of the calculations, which are connected with the data integrity during transmission, with the aim these calculations to be implemented in parallel.

Main body.

The paper is dedicated to the efficiency improving of double error correction of data transmission in channels with spectral modulation by simplifying and accelerating the computations associated with error correction.

The paper presents a theoretically grounded and investigated approach of double errors correction in channel with spectral modulation based on positional correcting sums that allows to determine the positions of distorted symbols and their distortion vectors without enumeration through all the symbols of block.

Conclusions.

For data channels with spectral modulation a based on the proposed approach method of accelerated errors correction has been developed, which allows to determine the positions of distorted symbols and their distortion vectors without enumeration through all the symbols of block.

Key words: multiple data transmission errors, error detecting, error correction, coding errors, weighted checksums, cyclic and linear redundancy correcting codes.