



Комп'ютерна дискретна математика

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалавр)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>121 Інженерія програмного забезпечення</i>
Освітня програма	<i>Інженерія програмного забезпечення</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>Очна</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 year (1 semester)</i>
Обсяг дисципліни	<i>5 кредитів (ECTS). Виділення часу -150 годин, включаючи 72 аудиторних години та 78 годин самостійного навчання.</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>1 семестр – екзамен</i>
Розклад занять	<i>2 заняття на тиждень, розклад на http://rozklad.kpi.ua/</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: д.т.н., с.н.с., Анатолій Михайлович Сергієнко, email anat.srg@gmail.com , webpage http://kanyevsky.kpi.ua Викладач з практичних занять: Анастасія Анатоліївна Молчанова, email an.ser.313kpi@gmail.com
Розміщення курсу	Лекційний матеріал: https://bbb.comsys.kpi.ua/b/ana-cge-rpx Методичні рекомендації: https://kanyevsky.kpi.ua/студентам/алгоритми-і-структури-даних/

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Викладання комп'ютерної дискретної математики в університеті має такі аспекти:

Академічний аспект. Дискретна математика - точна наука, яка дає фундаментальні знання.

Мета - ознайомити студентів з основними поняттями та методами дискретної математики.

Професійний аспект. Дискретна математика, по суті, є основою алгоритмів вирішення більшості типових задач та подальшої їх реалізації у програмах. Метою цього курсу є формування навичок використання методів дискретної математики у програмуванні.

Інтелектуальні та освітні аспекти. Вивчення дискретної математики сприяє розвитку пізнавальних навичок, що є суттєвим інтелектуальним фактором у процесі створення нових алгоритмів та програм.

Вивчення цієї дисципліни дає наступні результати навчання.

Компетенції:

- ЗК01 здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- ЗК02 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях
- ЗК05 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями

- ФК08 Здатність застосовувати фундаментальні і міждисциплінарні знання для успішного розв'язання завдань інженерії програмного забезпечення
- ФК14 Здатність до алгоритмічного та логічного мислення

Знання:

- ПРН05 Знати і застосовувати відповідні математичні поняття, методи доменного, системного і об'єктно-орієнтованого аналізу та математичного моделювання для розробки програмного забезпечення

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Передумови, тобто дисципліни, вивчення яких має передувати вивченню цієї дисципліни:

- знання арифметики, алгебри в межах шкільного курсу;
- базовий рівень володіння англійською мовою не нижче А1.

Постреквізити, тобто дисципліни, вивченню яких має передувати вивчення цієї дисципліни:

- архітектура комп'ютера;
- бази даних;
- розробка програм;
- системне програмне забезпечення;
- числові методи;
- комп'ютерні мережі;
- штучний інтелект.

3. Зміст навчальної дисципліни

Тема 1: Вступ.

Предмет дискретної математики. Коротка історія математики. Основи дискретної математики. Об'єкти. Множини. Математичні структури. Відношення та їх властивості. Операції. Алгебраїчні структури. Решітки. Графи. Алгоритми.

Тема 2: Теорія множин.

Множини та операції з ними. Мультимножини. Розбиття та покриття множин. Булеан. Алгебра множин. Задачі з множинами. Представлення множин у програмах.

Відношення. Прямої добуток множин. Бінарні відношення. Операції з відношеннями. Композиція відношень. Властивості відношень. Представлення відношень у програмах. Замикання відношень.

Концепція функції. Ін'єкція, сюр'єкція та бієкція. Суперпозиція функцій. Презентація функцій у програмах.

Решітки. Відношення порядку. Діаграма Хассе. Визначення решітки. Операції з елементами решітки. Лексикографічний порядок.

Тема 3. Логічні функції.

Визначення булевої алгебри. Визначення та представлення булевої функції. Булеві функції одного і двох аргументів. Суперпозиція булевих функцій. Булева алгебра перемикальних функцій. Логічні функції редукції. Реалізація булевих функцій в комп'ютерах.

Аналітичне представлення булевих функцій. Канонічні форми булевої функції. Розширення Шеннона. Алгебра Жегалкіна. Функціонально завершені системи булевих функцій. Принцип двоїстості булевої функції.

Мінімізація булевих функцій. Диз'юнктивна нормальна форма. Кон'юнктивна нормальна форма. Метод Квайна. Карти карти. Мінімізація частково визначених булевих функцій. Абсолютно мінімальна нормальна форма.

Синтез комбінаторних схем. Мінімізація булевих функцій під час синтезу схем. Суматор. Віднімач. Дешифратор. Мультиплексор. Логічні функції в ПЗП.

Тема 4. Скінченні автомати.

Основні поняття дискретного автомата. Автомати Мілі, Мура, С-автомати. Представлення скінченного автомата. Граф автомата. Автомат з булевими сигналами. Блок-схема алгоритму. Скінченні автомати у програмуванні та комп'ютерній техніці.

Лінійні скінченні автомати. Поняття лінійного групового коду. Циклічні коди. Лічильник, акумулятор, помножувач з акумулятором. Лінійні автомати для операцій з циклічними кодами. Коди Хемінга. Циклічні перевіряючі коди. Квантовий комп'ютер як лінійний автомат.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Сергієнко А. М., Молчанова А. А., Романкевич В. О. Комп'ютерна дискретна математика. Навчальний посібник. КПІ ім. Ігоря Сікорського. Електронне мережне навчальне видання. 2022. – 189 с.

2. Журавчак Л.М. Дискретна математика для програмістів. Вид. Львівська політехніка. 2019. – 420 с.

Додаткова література

1. Gallier J. Discrete Mathematics for Computer Science, Some Notes. 2008.
https://www.researchgate.net/publication/1922282_Discrete_Mathematics_for_Computer_Science_Some_Notes

2. Doerr A., Levasseur Ken. Applied Discrete Structures. University of Massachusetts Lowell. 2020.
<https://faculty.uml.edu/klevasseur/ads2/>

3. Pass R., Tseng W-L. D. A Course in Discrete Structures. Cornell University. 2011. 153 p.
<https://www.cs.cornell.edu/~rafael/discmath.pdf>

4. O'Donnel J. T., Hall C. V., Page R. L. Discrete mathematics using a computer (2.ed.). Springer, 2006. 441 p. https://www.researchgate.net/publication/220695320_Discrete_mathematics_using_a_computer_2_ed

5. Fortney J.P. Discrete Mathematics for Computer Science. An Example-Based Introduction. CRCpress. 2021. – 268 p.

6. Graham R. L., Knuth D.E., Patashnik O. Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science. AT&T Bell Laboratories. 1994. – 664 p.

Слайдлекції та конспект лекцій <https://kanyevsky.kpi.ua/en/for-students/>

Обладнання, щонеобхідне для проведення занять

Лекційні заняття проводяться в аудиторії, яку обладнано проектором, практичні заняття – в комп'ютерному класі.

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Навчальний зміст дисципліни складається з лекцій та практичних занять.

Лекції:

Тема 1: Вступ.

Лекція 1. Вступ.

Мета курсу. Навчальні матеріали. Система оцінок. Місце дискретної математики. Напрямки у дискретній математиці. Коротка історія математики. Структура математичної теорії.

Лекція 2. Основи дискретної математики.

Об'єкти. Складні конструктивні об'єкти. Набори. Математичні структури. Відношення та їх властивості. Операції. Алгебраїчні структури. Моноїд, група, кільце, поле. Графи.

Лекція 3. Алгоритми.

Історія алгоритмів. Машина Тюринга. Проблема розв'язуваності. Визначення алгоритму. Визначення Маркова. Визначення Колмогорова. Визначення після Тюринга. Графова модель алгоритму. Мережа Петрі. Блок-схема алгоритму. Модель Кнута. Модель Шенхаге. Модель Ахо-Ульмана-Хопкрофта. Модель Ганді. Абстрактний автомат. Структура дискретної математики.

Тема 2: Теорія множин.

Лекція 4. Множини.

Способи представлення множин. Парадокс Рассела. Мультимножини. Порівняння множин. Скінчені та нескінченні множини. Операції з множинами. Розбиття та покриття множин. Булеан. Алгебра множин. Операції з множинами, теореми.

Лекція 5. Задачі з множинами.

Спрощення виразів з множинами. Розв'язування рівнянь з множинами. Представлення множин у програмах. Бітова шкала. Множини в масивах. Множини в хеш-таблицях.

Лекція 6. Відношення.

Впорядковані множини. Прямий добуток множин. Бінарні відношення. m -арне відношення. Види відношень. Операції з відношеннями. Композиція відношень. Степінь відношення. Властивості відношень.

Лекція 7. Відношення (продовження).

Представлення відношень у програмах. Ядро відношення. Замикання відношення. Відношення та інтелект.

Лекція 8. Функції.

Визначення функції. Концепція функції. Тотальні та часткові функції. Функція p аргументів. Ін'єкція, сюр'єкція та бієкція. Суперпозиція функцій. Представлення функцій у програмах.

Лекція 9. Решітки.

Відношення порядку. Діаграма Хасе. Визначення решітки. Алгебра решіток. Операції з елементами решітки. Лексикографічний порядок.

Тема 3. Логічні функції.

Лекція 10. Булева алгебра та логічні функції.

Визначення булевої алгебри. Визначення булевої функції. Аксиоми та теореми булевої алгебри. Суперпозиція булевих функцій. Таблиця істинності. Геометричне представлення булевої функції. Аналітичне представлення булевої функції. Повністю і неповно визначена функція. Булеві

функції одного і двох аргументів. Суперпозиція булевих функцій. Булева алгебра перемикальних функцій.

Лекція 11. Булева алгебра та логічні функції (продовження).

Булева алгебра перемикальних функцій. Спрощення формули. Логічні функції редукції. Реалізація булевої функції в комп'ютерах. Графічні зображення булевої функції. Канонічні форми булевої функції.

Лекція 12. Булева алгебра та логічні функції (закінчення).

Розширення Шеннона. Алгебра Жегалкіна. Функціонально завершені системи булевих функцій. Принцип двоїстості булевих функцій.

Лекція 13. Мінімізація булевих функцій.

Властивості ДНФ. Метод Квайна. Метод Карно – Вейча. Абсолютна мінімальна форма представлення булевих функцій. Бібліотека елементарних компонентів.

Лекція 14. Комбінаційний синтез логічних мереж.

Відображення булевих рівнянь у логічних мережах. Комбінаційна мережа на основі даного елемента. Додавач і віднімач. Декодер і мультиплексор.

Тема 4. Скінченні автомати

Лекція 15. Абстрактні цифрові автомати

Дискретний автомат. Скінченний автомат. Автомат Мілі. Автомат Мура. Подання автоматів Мілі.

Лекція 16. Абстрактні цифрові автомати

Скінченний автомат з булевими сигналами. Автомати в комп'ютерах. Стековий автомат. Концепція операційного і керуючого автоматів. Метод канонічного синтезу цифрових автоматів. Метод мікропрограмування. Розробка скінченного автомата з використанням мови VHDL. Функціональна схема абстрактного комп'ютера.

Лекція 17. Лінійні автомати

Визначення лінійного автомата. Група цілих чисел у комп'ютерах. Цілочисельні автомати. Акумулятор. Множник з акумулятором. Лінійні послідовні автомати. Генератор псевдовипадкових послідовностей.

Лекція 18. Лінійні автомати (закінчення)

Поле Галуа. Циклічний код. Метод перевіряючих циклічних кодів (CRC). Використання полів Галуа. Реалізація лінійних автоматів у квантових комп'ютерах.

Практикум

Заняття 1.

Дослідження алгоритму Евкліда. Діофантові рівняння. Розв'язання задачі про трійки Піфагора.

Заняття 2.

Проблеми з конструктивними об'єктами. Множини. Задачі з елементарними відношеннями. Приклади моноїда, кільця, поля. Приклади графів.

Заняття 3.

Дослідження алгоритму Герона. Модель графаалгоритму. Приклади представлення алгоритму. Моделювання мережі Петрі.

Заняття 4.

Методи представлення множин. Скінчені та нескінченні множини. Операції з множинами. Розбиття та покриття множин. Булеан. Задачі з множинами. Спрощення виразів.

Заняття 5.

Задачі з множинами. Розв'язування рівнянь з множинами. Бітова шкала.

Заняття 6.

Прямий добуток множин. Бінарні відносини. Операції відношення. Склад відносин.

Заняття 7.

Степінь відношення. Властивості відношень.

Заняття 8.

Ядро відношення. Замикання відношень.

Заняття 9.

Проблеми з властивостями функції. Ін'єкція, сюр'єкція та бієкція. Суперпозиція функцій.

Заняття 10.

Задачі на відношення порядку, діаграма Хасе, ґратки, алгебра ґраток.

Заняття 11.

Задачі з аксіомами та теоремами булевої алгебри, суперпозиція булевих функцій. Приклади таблиці істинності, геометричного представлення, аналітичного представлення. Задачі з повністю і неповно визначеною функцією.

Заняття 12.

Задачі з булевою алгеброю функцій перемикання. Спрощення формул. Логічні функції редукції. Графічні представлення булевої функції. Канонічні форми булевої функції.

Заняття 13.

Задачі з розширенням Шеннона. Алгебра Жегалкіна. Перетворення булевих функцій у різні функціонально повні системи булевих функцій. Задачі з використанням принципу двоїстості булевих функцій.

Заняття 14.

Властивості диз'юнктивної та кон'юнктивної нормальних форм. Мінімізація функцій методом Квайна, методом Карно – Вейча.

Заняття 15.

Абсолютна мінімальна форма представлення булевих функцій. Синтез комбінаційних схем. Відображення булевих рівнянь у комбінаційні схеми. Комбінаційна схема на основі заданого елементного базиса.

Заняття 16.

Приклади представлень автоматів Майлі, Мура.

Заняття 17.

Задачі з канонічним синтезом цифрових автоматів.

Заняття 18.

Модульна контрольна робота.

6. Самостійна робота

Самонавчання включає самостійну роботу студентів і полягає в наступному:

- підготовка до лекцій через вивчення попереднього лекційного матеріалу, а також літературних джерел, на яких ґрунтується матеріал попередніх лекцій (перелік джерел та перелік розділів подаються разом із матеріалом лекції);
- підготовка до практичних занять через вивчення теоретичного матеріалу, необхідного для відповіді на тестові запитання та готовності до вирішення завдань;
- виконання завдань, наданих на попередніх заняттях для домашньої роботи;
- виконання модульної розрахункової роботи;
- виконання двох домашніх контрольних робіт;
- написання реферату на дану тему, присвяченого вирішенню певних задач дискретної математики.

Модульна розрахункова робота зазвичай виконується протягом двох-трьох тижнів; домашні контрольні роботи виконуються через тиждень; реферат пишеться місяць.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Система вимог до студентів:

- студент зобов'язаний відвідувати лекції та практичні заняття та активно працювати над засвоєнням викладеного на них матеріалу;
- на лекції лектор використовує власний презентаційний матеріал;
- на практичних заняттях студенти розв'язують задачі біля дошки, захищають свої реферати, одержуючи за це рейтингові бали;
- модульний тест пишеться на занятті з використанням усіх наявних матеріалів крім комп'ютерних засобів;

Стартовий рейтинг (протягом семестру) складається з балів, які студент отримує за:

- роботу на практичних заняттях (18 занять);
- виконання двох чергових контрольних робіт;
- виконання модульної контрольної роботи.

Критеріями оцінки є:

Робота над практичними заняттями:

- активна творча робота - 2 бали;
- плідна робота або виконане домашнє завдання - 1 бал;
- пасивна робота - 0 балів.

Виконання чергових контрольних робіт:

- робота виконана бездоганно - 6 балів;
- робота виконана з незначними недоліками - 5 балів;
- робота виконана з певними помилками - 4-3 бали;
- робота виконана з кількістю помилок, що наближається до половини їх максимально можливої кількості - 2 бали;
- робота не зараховується (вона не завершена або у ній надмірна кількість помилок) - 0 балів.

Виконання модульної контрольної роботи:

- творча робота - 12-11 балів;
- робота виконується з незначними недоліками - 10-9 балів;
- робота виконана з певними помилками - 8-7 балів;
- робота не зараховується (завдання не виконано або є величезні помилки) - 0 балів.

За своєчасне подання розрахункових робіт на перевірку нараховується стимул -1-2 бали.

Умова перших атестацій отримати не менше 10 балів (на момент атестації). Умова другої атестації - набрати не менше 25 балів (на момент атестації).

Студент може отримати до 6 заохочувальних балів за виконання творчих робіт з кредитного модуля (складання рефератів, участь у конкурсах, у дослідженнях тощо).

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

На першому занятті студенти знайомляться з політикою оцінювання, яка ґрунтується на Положенні про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf. Рейтинг студента на курсі складається з балів, які він/вона отримує за участь у 18 практичних заняттях (R1), заохочувальних балів (R2) та іспиту (R3).

$$R_s = R_1 + R_2 + R_3 = 100 \text{ балів}$$

В результаті максимальний середній бал ваги дорівнює:

$$16 \text{ класів} \times 2 \text{ бали} = 32 \text{ бали}$$

$$2 \text{ чергові контрольні роботи} \times 6 \text{ балів} = 12 \text{ балів}$$

$$\text{модульна контрольна робота} = 12 \text{ балів}$$

$$\text{Стимулюючі бали} = 6 \text{ балів}$$

$$\text{Іспит} = 40 \text{ балів}$$

Згідно з університетськими правилами щодо моніторингу успішності студента (https://kpi.ua/document_control), існує два тижні оцінювання (атестація), зазвичай протягом 7/8 та 14/15 тижнів семестру, коли у студентів перевіряється прогрес у навчанні відповідно до критеріїв політики оцінювання знань.

Студенти, чий остаточний бал успішності перевищує 30, повинні скласти іспит. Студенти, чий бал нижче 30, не допускаються до складання іспиту.

На іспиті студенти виконують письмовий тест. Кожне завдання містить два теоретичних питання (завдання) та одне практичне. Перелік питань наведено у Рекомендаціях щодо засвоєння кредитного модуля. Кожне теоретичне запитання (завдання) оцінюється 15 балами за такими критеріями:

- "відмінно", повна відповідь, не менше 90% необхідної інформації, виконана відповідно до вимог до рівня "кваліфікації" - 15-14 балів;

- «добре», достатньо повна відповідь, не менше 75% необхідної інформації, виконана відповідно до вимог до рівня кваліфікації або незначних неточностей - 13-11 балів;

- «задовільно», неповна відповідь, не менше 60% необхідної інформації, виконана відповідно до вимог до «стереотипного» рівня та деяких помилок - 10-8 балів;

- "незадовільно", відповідь не відповідає умовам "задовільно" - 0 балів.

Практичне завдання оцінюється на 10 балів за такими критеріями:

- "відмінно", повне, безпомилкове вирішення завдань - 10 балів;

- «добре», повне вирішення проблем з незначними неточностями або недоліками - 9-8 балів;

- «задовільно», завдання виконується з помилками - 7-5 балів;
- "незадовільно", відповідь не відповідає умовам "задовільно" - 0 балів.

Остаточна оцінка результативності RS приймається за системою оцінювання університету наступним чином:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація про курс

- Питання на іспиті

повторіть теми лекцій, наведених у розділі 5 цього навчального плану.

- Питання в модульній контрольній роботі - це тестові питання за зразком:

1. Міркування в математиці правильне, якщо воно є

- а. логічно досконале,
- б. погоджуються з доведеними теоремами,
- в. збігаються з практичними результатами,

2. Існують множини $\{0,1,2\}$ та $\{2,3\}$. Їх декартовий добуток дорівнює

a. $\{(0,2), (0,3), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3)\}$

b. $\{0, 0, 2, 3, 4, 6\}$

c. $\{\{0,2\}, \{0,3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,2\}, \{2,3\}\}$

3. Відношення R симетричне, якщо

- a. $xR y = \text{істина}$, то $y R x = \text{істина}$ для довільних x, y
- б. $xR x = \text{істина}$ для довільного x ,
- с. $xR y = \text{true}$, то $y R x = \text{true}$, але $xR x = \text{false}$ для довільних x, y .

4. Симетрична різниця множин $\{1, 2, 6, 7\}$ та $\{2, 3, 6\}$ дорівнює

a. $\{1, 3, 7\}$

b. $\{1, 7\}$

c. $\{1, 2, 6, 7\}$

5. Булева функція $f(a, b, c)$ є двоїстою, якщо

a. $f(a, b, c) = \sim f(\sim a, \sim b, \sim c)$

b. $f(a, b, c) = f(c, b, a)$

c. $f(a, b, c) = f(\sim a, \sim b, \sim c)$.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено д.т.н., с.н.с, А. М. Сергієнко

Ухвалено кафедрою обчислювальної техніки (протокол № 10 , від 25.05.2022)

Погоджено Методичною комісією ФІОТ (протокол № 10 , 13.06. 2022)