



## ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>123 Комп'ютерна інженерія</i>
Освітня програма	<i>Комп'ютерні системи та мережі</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна), заочна</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредитів, 120 годин</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік</i>
Розклад занять	<i>Лекції – 36 годин. Лабораторні роботи -18 годин. Самостійна робота студентів - 96 годин</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор (очна): д.т.н, професор, Новотарський Михайло Анатолійович Лектор(заочна): асистент Пономаренко Артем Миколайович novotar@gmail.com, <a href="https://cutt.ly/JwNHzyly">https://cutt.ly/JwNHzyly</a> Лабораторні: асистент Пономаренко Артем Миколайович ponomarenkokpi@gmail.com</i>
Розміщення курсу	<i><a href="https://classroom.google.com/c/NDQ3OTg3MTUwMTQw?cjc=s2vkgdx">https://classroom.google.com/c/NDQ3OTg3MTUwMTQw?cjc=s2vkgdx</a></i>

#### Програма навчальної дисципліни

##### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання

Навчальна дисципліна «Дискретна математика» призначена для ґрунтовного вивчення сучасних методів дискретної математики, надання фундаментальної підготовки в області теорії дискретних структур, які є основою комп'ютерної інженерії.

Навчальна дисципліна містить два основних розділи:

1. Теорія множин.
2. Теорія графів.

В рамках першого розділу розглядаються основні положення теорії множин, вивчаються тотожності, декартовий добуток множин, потужність множин. Значна увага приділяється вивченню відношень на множинах, властивостей відношень, образів та прообразів, операцій над відношеннями. Вивчаються бінарні відношення та композиція бінарних відношень. Розглядаються види відношень: відношення еквівалентності, відношення часткового та повного порядку.

Розділ містить також основи комбінаторики. Розглядаються основні правила комбінаторики, способи формування вибірок з набору елементів множини, стандартні комбінаторні вибірки. Особлива увага приділяється алгоритмам породження підмножин, які відповідають стандартним комбінаторним вибіркам.

До другого розділу належать питання теорії графів. В цьому розділі вивчаються основні поняття теорії графів, теоретико-множинні властивості графів, способи задавання графів та операції на графах. Розглядається ізоморфізм графів, теоретико-множинні операції над графами, досяжність та зв'язність графів, незалежні цикли графа, цикломатичне число графа. Особливо розглядається планарність графів, породження плоских графів, алгоритм побудування плоского графа та перевірка

планарності. В цьому змістовному модулі вивчається фундаментальна множина циклів графа, знаходження циклів на алгоритмі пошуку в глибину, матриці циклів та розріз орієнтованих графів, графі Ейлера, орієнтовані Ейлерові графи, алгоритм побудови Ейлерового циклу, Гамільтонові графи.

**Метою** вивчення курсу «Дискретна математика» є ґрунтовне вивчення сучасних методів дискретної математики, фундаментальна підготовка студентів в області теорії дискретних структур, які є основою комп'ютерної інженерії, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.

**Основні завдання** навчальної дисципліни.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти після засвоєння навчальної дисципліни мають продемонструвати такі результати навчання:

**Знання:** основних понять теорії множин, комбінаторики та теорії графів; основних формул та методів комбінаторики; алгоритмів і засобів пошуку оптимальних розв'язків типових задач дискретної математики.

**Вміння:** володіти основами теорії множин та відношень, формулювати та розв'язувати задачі, які пов'язані з використанням графів, виконувати постановку і розв'язування задач синтезу та аналізу дискретних об'єктів; знаходити найбільш ефективний для розв'язування конкретної задачі математичний апарат.

**Досвід:** студент повинен знати основні принципи розробки комбінаторних алгоритмів, алгоритмів, що описують відношення на множинах, алгоритмів на графах, досліджувати властивості цих алгоритмів, виявляти їх переваги та недоліки, обирати оптимальні алгоритми для розв'язування поставленої задачі, виконувати аналіз і опрацювання результатів розв'язування задач на множинах та графах, використовувати методи оптимізації.

**Основні компетентності**

Здобувачі ступеня бакалавра після засвоєння нормативної дисципліни «Програмування - 1» мають набути таких:

**загальних компетентностей:**

ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК3. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

**фахових компетентностей:**

ФК12.Здатність ідентифікувати, класифікувати та описувати роботу програмно-технічних засобів, комп'ютерних та кіберфізичних систем, мереж та їхніх компонентів шляхом використання аналітичних методів і методів моделювання.

**Основні програмні результати навчання**

ПРН1. Знати і розуміти наукові положення, що лежать в основі функціонування комп'ютерних засобів, систем та мереж

ПРН7. Вміти розв'язувати задачі аналізу та синтезу засобів, характерних для спеціальності.

ПРН13. Вміти ідентифікувати, класифікувати та описувати роботу комп'ютерних систем та їх компонентів

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Навчальною базою курсу є обсяг математичних знань, який відповідає вимогам курсу «Вища математика».

Матеріали курсу використовуються в дисциплінах «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Комп'ютерна логіка», «Алгоритми та методи обчислень», «Комп'ютерне моделювання», «Проєктування комп'ютерних мереж», «Організація баз даних», «Основи програмної інженерії», «Системне програмування» та ін.

Матеріал навчальної дисципліни пов'язаний з матеріалами, які вивчалися у курсах «Вища

математика: диференціальні обчислення, лінійна алгебра», «Програмування» та «Дискретна математика».

Знання та практичні навички, які отримані в рамках даної навчальної дисципліни, можуть бути застосовані при вивченні наступних курсів: «Комп'ютерне моделювання», «Основи програмної інженерії», «Системне програмування», «Технологія розподілених обчислень», «Мережні та інформаційні технології» та інші.

### **3. Зміст навчальної дисципліни**

Навчальна дисципліна «Дискретна математика» включає вивчення наступних тем.

#### **Розділ 1. Теорія множин**

##### **Тема 1.1. Основні положення теорії множин**

Основні визначення. Операції над множинами. Діаграми Венна. Тотожності алгебри множин. Розбиття множин. Покриття множин. Упорядкований набір або кортеж. Алгоритм упорядкування множини. Декартовий добуток множин. Проектування.

##### **Тема 1.2. Відповідності та відношення**

Відповідність. Основні поняття. Типи відповідностей. Поняття відношення. Визначення відношення. Область визначення й множина значень. Способи задавання бінарних відношень. Зріз відношення через елемент. Операції над відношеннями. Додаткові операції (обернене відношення, композиція відношень). Спеціальні властивості відношень.

##### **Тема 1.3. Відношення еквівалентності**

Визначення відношення еквівалентності. Властивості еквівалентних відношень. Класи еквівалентності.

##### **Тема 1.4. Відношення порядку**

Приклади відношень порядку. Визначення відношень порядку. Термінологія й позначення. Види відношень порядку. Основні поняття про впорядковані множини. Лінійно впорядковані множини. Властивості лінійно впорядкованих множин. Цілком упорядкована множина. Частково впорядкована множина. Розбиття частково впорядкованої множини на ланцюзі. Визначення найбільшого елемента множини. Визначення максимального елемента множини. Визначення найменшого й мінімального елементів множини. Визначення верхньої й нижньої граней множини. Діаграми Хассе. Приклад створення несуперечливих відношень  $S$  і  $R$ .

##### **Тема 1.5. Функції і їх властивості**

Визначення функції. Визначення відображень, їх властивості та види. Способи задавання функцій. Спеціальні функції. Функція двох змінних. Матриці, операції над матрицями. Поняття функціонала. Поняття оператора.

##### **Тема 1.6. Вступ в комбінаторику**

Основні поняття комбінаторики. Основні правила комбінаторики. Розміщення з повтореннями. Розміщення без повторень. Перестановки без повторень. Перестановки з повтореннями. Сполуки (комбінації) без повторень. Сполуки (комбінації) з повтореннями. Розбиття множини на підмножини. Тотожності для сполук.

##### **Тема 1.7. Базові комбінаторні алгоритми**

Алгоритми породження підмножин. Генерування всіх підмножин. Алгоритм генерації всіх двійкових векторів довжини  $n$  в лексикографічному порядку. Генерування підмножин з умовою. Генерування  $k$ -елементних підмножин. Алгоритми перестановок. Вибір за допомогою сортування.

## **Розділ 2. Теорія графів**

### **Тема 2.1. Основні положення теорії графів**

Історія виникнення теорії графів. Основні визначення графів. Суміжність. Степінь вершини. Теорема про степені вершин графа. Графи з постійним і змінним степенем вершин. Підграф. Циркулянтні графи. Структурні характеристики графів. Зв'язність графа. Множина розрізання, розріз і міст.

### **Тема 2.2. Способи задавання й властивості графів.**

Операції з елементами графів. Задавання графів у математиці. Ізоморфізм графів. Алгоритм розпізнавання ізоморфізму графа. Теоретико-множинні операції над графами. Паросполучення ребер графа.

### **Тема 2.3. Відношення та відображення на графах**

Графи й бінарні відношення. Зв'язок між операціями над графами й операціями над відношеннями. Багатозначні відображення. Відображення множини вершин. Визначення графа і його властивостей з використанням відображень. Досяжність і контрдосяжність вершини в графах.

### **Тема 2.4. Числа графа**

Цикломатичне число. Число внутрішньої стійкості. Число зовнішньої стійкості.

### **Тема 2.5. Дерева і їх властивості, ліс, цикли**

Визначення дерева, властивості дерев. Процедури побудови остовного дерева та лісу. Властивості циклічного рангу. Фундаментальна система циклів графа. Остов найменшої ваги. Алгоритм Краскала. Алгоритм Прима.

### **Тема 2.6. Обхід графів. Основні положення**

Обхід у глибину. Програма обходу графа у глибину. Обхід у ширину. Програма обходу графа у ширину.

### **Тема 2.7. Алгоритми пошуку найкоротших шляхів у графі**

Пошук шляхів у графі за алгоритмом Террі. Хвильовий алгоритм. Пошук найкоротшого шляху у зваженому графі за алгоритмом Дейкстри. Алгоритм Форда-Беллмана знаходження мінімального шляху. Алгоритм Флойда-Уоршелла.

### **Тема 2.8. Розфарбування графа**

Задачі розфарбування. Основні визначення. Хроматичне число. Хроматичне число й стандартні характеристики. Хроматичне число й щільність графа. Три нижні оцінки хроматичного числа. Верхня оцінка хроматичного числа. Теорема Брукса. Теорема про шість, п'ять та чотири фарби.

### **Тема 2.9. Основні алгоритми розфарбування графів**

Базові відомості. Алгоритм послідовного розфарбування. Алгоритм неявного перебору. Приклад алгоритму неявного перебору. Рекурсивна процедура послідовного розфарбування. Приклад роботи рекурсивної процедури. «Жадібний» алгоритм розфарбування. Приклад роботи «жадібного» алгоритму розфарбування. Результати роботи алгоритмів послідовного розфарбування. Евристичний алгоритм розфарбування. Приклад евристичного алгоритму розфарбування. Модифікований евристичний алгоритм розфарбування. Приклад модифікованого евристичного алгоритму розфарбування. Розфарбування графа методом А.П. Єршова. Приклад розфарбування графа методом А.П. Єршова.

### **Тема 2.10. Шляхи і цикли Ейлера. Плоскі і планарні графи**

Шляхи і цикли Ейлера. Цикли Гамільтона (основні визначення). Плоскі і планарні графи. Загальні поняття про плоский граф. Непланарні графи. Грані плоского графа. Теорема Ейлера. Гомеоморфні графи. Теорема Понтрягіна-Куратовського. Операція стягування. Теорема Вагнера.

## Тема 2.11. Мережі. Побудова мережі мінімальної довжини. Потоки в мережах, максимальний потік в мережі, перерозподіл потоку

Транспортні мережі. Алгоритм пошуку пропускнуої спроможності мережі. Потоки в мережах, максимальний потік в мережі, перерозподіл потоку. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Планування мереж. Аналітична оцінка мережі.

### 4. Навчальні матеріали та ресурси

#### Базова:

1. Новотарський М. А. Дискретна математика: навчальний посібник для студентів спеціальності 123 «Комп'ютерна інженерія», спеціалізації «Комп'ютерні системи та мережі» / М. А. Новотарський; КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 278 с., <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/37806>
2. Новотарський М. А. Дискретна математика // Методичні вказівки для виконання лабораторних робіт, 2021. – 138 с., <https://classroom.google.com/u/0/w/NDQ3OTg3MTUwMTQw/tc/NDQ3OTg3MTUwMTk1>
3. Новотарський М.А. Презентації з курсу лекцій «Дискретна математика», <https://classroom.google.com/u/0/w/NDQ3OTg3MTUwMTQw/tc/NDQ3OTg3MTUwMjIz>
4. Луцький Г. М., Кривий С. Л. Основи дискретної математики: К. «УСДД» 1995. – 252 с.
5. Андрійчук В. І. Дискретна математика. Льв. ЛНУ. 2003 – 256 с.

#### Додаткова:

1. Бардачов Ю. М., Соколова Н. А., Ходаков В. Є. Дискретна математика: Підручник. – К.: Вища шк. 2002. – 287с.
2. Михайленко В. М. Федоренко Н. Д. Дискретна математика: Підр., - К: «Європ. ун-т»; 2003 – 319 с.
3. Бондаренко М. Ф. Збірник тестових завдань з дискретної математики – «ХДТУРЕ», 2000 – 155 с.
4. Глибовець М. М. Основи комп'ютерних алгоритмів. К. – В. Д., «КМ Академія», 2003 – 452 с.
5. Пукальський І. Д. Дискретна математика: Навч. метод. посібн. Черн. ун. 2006. – 156 с.

### Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Структура навчальної дисципліни «Дискретна математика» представлена в таблиці 1 .

Таблиця 1

Структура навчальної дисципліни «Дискретна математика»

Назви розділів, тем	Кількість годин			
	Всього	У тому числі		
		Лекції	Лабораторні роботи (комп'ютерні практикуми)	СРС
<b>Розділ 1. Основи теорії множин</b>				
<b>Тема 1.1. Основні положення теорії множин</b> Основні визначення. Операції над множинами. Діаграми Венна. Тотожності алгебри множин. Розбиття множин. Покриття множин. Упорядкований набір або кортеж. Алгоритм	6	3	2	1

Назви розділів, тем	Кількість годин			
	Всього	У тому числі		
		Лекції	Лабораторні роботи (комп'ютерні практикуми)	СРС
упорядкування множини. Декартовий добуток множин. Проектування.				
<b>Тема 1.2. Відповідності та відношення</b> Відповідність. Основні поняття. Типи відповідностей. Поняття відношення. Визначення відношення. Область визначення й множина значень. Способи задавання бінарних відношень. Зріз відношення через елемент. Операції над відношеннями. Додаткові операції (обернене відношення, композиція відношень). Спеціальні властивості відношень.	6	2	0	4
<b>Тема 1.3. Відношення еквівалентності</b> Визначення відношення еквівалентності. Властивості еквівалентних відношень. Класи еквівалентності.	10	2	2	6
<b>Тема 1.4. Відношення порядку</b> Приклади відношень порядку. Визначення відношень порядку. Термінологія й позначення. Види відношень порядку. Основні поняття про впорядковані множини. Лінійно впорядковані множини. Цілком упорядкована множина. Частково впорядкована множина. Розбиття частково впорядкованої множини на ланцюзі. Визначення найбільшого елемента множини, максимального елемента множини. Визначення найменшого й мінімального елементів множини. Визначення верхньої й нижньої граней множини. Діаграми Хасе. Приклад створення несуперечливих відношень $S$ і $R$ .	10	2	2	6
<b>Тема 1.5. Функції і їх властивості</b> Визначення функції. Визначення відображень, їх властивості та види. Способи задавання функцій. Спеціальні функції. Функція двох змінних. Матриці, операції над матрицями. Поняття функціонала. Поняття оператора.	4	2	0	2
<b>Тема 1.6. Вступ в комбінаторику</b> Основні поняття комбінаторики. Основні правила комбінаторики. Розміщення. Перестановки. Сполуки. Розбиття множини на підмножини. Тотожності для сполук.	7	2	0	5
<b>Тема 1.7. Базові комбінаторні алгоритми</b>	10	2	2	6

Назви розділів, тем	Кількість годин			
	Всього	У тому числі		
		Лекції	Лабораторні роботи (комп'ютерні практикуми)	СРС
Алгоритми породження підмножин. Генерування всіх підмножин. Алгоритм генерації всіх двійкових векторів довжини $n$ в лексикографічному порядку. Генерування підмножин з умовою. Генерування $k$ -елементних підмножин. Алгоритми перестановок. Вибір за допомогою сортування.				
Контрольна робота 1	1		0	1
<b>Розділ 2. Теорія графів</b>			0	
<b>Тема 2.1. Основні положення теорії графів</b> Історія виникнення теорії графів. Основні визначення графів. Суміжність. Степінь вершини. Теореми про степені вершин графа. Графи з постійним і змінним ступенем вершин. Підграф. Циркулянтні графи. Структурні характеристики графів. Зв'язність графа. Множина розрізання, розріз і міст.	3	2	0	1
<b>Тема 2.2. Способи задавання й властивості графів.</b> Операції з елементами графів. Задавання графів в математиці. Ізоморфізм графів. Алгоритм розпізнавання ізоморфізму графа. Теоретико-множинні операції над графами. Паросполучення ребер графа.	4	2	0	2
<b>Тема 2.3. Відношення та відображення на графах</b> Графи й бінарні відношення. Зв'язок між операціями над графами й операціями над відношеннями. Багатозначні відображення. Відображення множини вершин. Визначення графа і його властивостей з використанням відображень. Досяжність і контрдосяжність вершини в графах.	4	2	0	2
<b>Тема 2.4. Числа графа</b> Цикломатичне число. Число внутрішньої стійкості. Число зовнішньої стійкості.	2	1	0	1
<b>Тема 2.5. Деревя і їх властивості, ліс, цикли</b> Визначення дерева, властивості дерев. Процедури побудови остовного дерева та лісу. Властивості циклічного рангу. Фундаментальна	4	2	0	2

Назви розділів, тем	Кількість годин			
	Всього	У тому числі		
		Лекції	Лабораторні роботи (комп'ютерні практикуми)	СРС
система циклів графа. Остов найменшої ваги. Алгоритм Краскала. Алгоритм Прима.				
<b>Тема 2.6. Обхід графів. Основні положення</b> Обхід у глибину. Програма обходу графа у глибину. Обхід у ширину. Програма обходу графа у ширину.	3	2	0	1
<b>Тема 2.7. Алгоритми пошуку найкоротших шляхів у графі</b> Пошук шляхів у графі за алгоритмом Террі. Хвильовий алгоритм. Пошук найкоротшого шляху у зваженому графі за алгоритмом Дейкстри. Алгоритм Форда-Беллмана знаходження мінімального шляху. Алгоритм Флойда-Уоршелла.	10	2	2	6
<b>Тема 2.8. Розфарбування графа</b> Задачі розфарбування. Хроматичне число. Хроматичне число й стандартні характеристики. Хроматичне число й щільність графа. Оцінки хроматичного числа. Теорема Брукса. Теорема про шість, п'ять та чотири фарби. Задача розподілу устаткування. Задача складання розкладу.	10	2	4	4
<b>Тема 2.9. Основні алгоритми розфарбування графів</b> Базові відомості. Алгоритм послідовного розфарбування. Алгоритм неявного перебору. Рекурсивна процедура послідовного розфарбування. «Жадібний» алгоритм розфарбування. Результати роботи алгоритмів послідовного розфарбування. Евристичний алгоритм розфарбування. Модифікований евристичний алгоритм розфарбування. Розфарбування графа методом А.П. Єршова.	10	2	4	4
<b>Тема 2.10. Шляхи і цикли Ейлера. Плоскі і планарні графи</b> Шляхи і цикли Ейлера. Цикли Гамільтона. Плоскі і планарні графи. Гомеоморфні графи. Теорема Понтрягіна-Куратовського. Операція стягування. Теорема Вагнера.	6	2	0	4



Назви розділів, тем	Кількість годин			
	Всього	У тому числі		
		Лекції	Лабораторні роботи (комп'ютерні практикуми)	СРС
<b>Тема 2.11. Мережі. Побудова мережі мінімальної довжини. Потоки в мережах, максимальний потік в мережі, перерозподіл потоку.</b> Транспортні мережі. Алгоритм пошуку пропускної спроможності мережі. Потоки в мережах, максимальний потік в мережі, перерозподіл потоку. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Планування мереж. Аналітична оцінка мережі.	3	2		1
Контрольна робота 2	1		0	1
<b>Залік</b>	<b>6</b>		<b>0</b>	<b>6</b>
<b>Всього в семестрі:</b>	<b>120</b>	<b>36</b>	<b>18</b>	<b>66</b>

Тематика лекційних занять, яка сформована відповідно до тем, що розглядаються у рамках навчальної дисципліни, наведена у таблиці 2.

Таблиця 2

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	<b>Основні положення теорії множин.</b> Основні визначення. Операції над множинами. Діаграми Венна. Тотожності алгебри множин. <b>Завдання на СРС.</b> Основні закони алгебри множин, доведення тотожності до програмної реалізації, алгоритм включення та виключення елементів множини. <i>Література.</i> Капитонова Ю.В., Луцкий Г.М., Летичевский А.А., Кривой С.Л. Лекции по дискретной математике. - СПб.: БХВ-Петербург, 2004.
2	<b>Тотожності алгебри множин.</b> Розбиття множин. Покриття множин. Упорядкований набір або кортеж. Алгоритм упорядкування множини. Декартовий добуток множин. Проектування. <b>Відповідність.</b> Основні поняття. Типи відповідностей. Одно-однозначна відповідність. Одно-багатозначна відповідність. Багато-однозначна відповідність. Багато-багатозначна відповідність. <b>Завдання на СРС.</b> Задавання елементів множин у Python: генерування підмножин множини: змінних та констант, списків. Використання даних типу послідовність: списки, кортежі, словники. Алгоритми визначення декартового добутку множин та потужності множин. <i>Література.</i> Захарова Л.Е. Алгоритмы дискретной математики. М.: МГИЭ и М., 2002.
3	<b>Відношення на множині.</b> Поняття відношення. Визначення відношення. Область визначення й множина значень. Способи задавання бінарних відношень (перерахуванням, предикатом, графом, матрицею). Зріз відношення через елемент. Операції над відношеннями (Об'єднання, перетин, різниця, доповнення. Операції

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
	<p>об'єднання і перетину довільних сімейств відношень). Додаткові операції (обернене відношення, композиція відношень).</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> Відповідність та відношення: табличне та графічне зображення. Алгоритми операцій над бінарними відношеннями. Алгоритм опрацювання текстової інформації.</p> <p><i>Література.</i> Тишин В.В. Дискретная математика в примерах и задачах - СПб.: БХВ-Петербург, 2004.</p>
4	<p><b>Спеціальні властивості відношень</b> (рефлексивність, антирефлексивність, симетричність, антисиметричність, асиметричність, транзитивність, антитранзитивність).</p> <p><b>Відношення еквівалентності.</b> Визначення відношення еквівалентності. Властивості еквівалентних відношень. Класи еквівалентності.</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> Створення алгоритму задавання еквівалентних відношень.</p> <p><i>Література.</i> Иванов Б. Е. Дискретная математика. Алгоритмы и программы: Учебн. пособ. – М. ЛБЗ, 2001 – 288 с.</p>
5	<p><b>Відношення порядку.</b> Приклади відношень порядку. Визначення відношень порядку (строгого, нестрогого порядку). Термінологія й позначення. Види відношень порядку (строгий повний, строгий частковий, нестрогий повний, нестрогий частковий). Основні поняття про впорядковані множини. Лінійно впорядковані множини. Властивості лінійно впорядкованих множин. Цілком упорядкована множина. Частково впорядкована множина. Розбиття частково впорядкованої множини на ланцюзі. Визначення найбільшого елемента множини. Визначення максимального елемента множини. Визначення найменшого й мінімального елементів множини. Визначення верхньої й нижньої граней множини. Діаграми Хассе. Приклад створення несуперечливих відношень <math>S</math> і <math>R</math>.</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> Знаходження мажоранти та міноранти множини, алгоритми.</p> <p><i>Література.</i> Таран Т. Г. Основы дискретной математики: К. «Прос», 2003 – 228 с.</p>
6	<p><b>Функції і їх властивості.</b> Визначення функції. Область визначення і область значень функції. Образ множини і елемента множини, прообраз множини і елемента множини. Визначення відображень, їх властивості та види (сур'єктивне, ін'єктивне, бієктивне). Способи задавання функцій (табличний, аналітичний, графічний). Спеціальні функції (тотожна функція, нижнє округлення, верхнє округлення, факторіал, бінарна операція). Послідовність. Функція двох змінних. Матриці, операції над матрицями. Поняття функціонала. Поняття оператора.</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> Виконання практичних задач з операцій над матрицями. Алгоритми формування відношень.</p> <p><i>Література.</i> Галкина В. А. Дискретная математика, комбинаторика, оптимизация на графах. Учебн. пособ. – М. 2003 – 232 с.</p>
7	<p><b>Вступ в комбінаторику.</b> Основні поняття комбінаторики. Основні правила комбінаторики (Правило суми. Правило добутку. Правило включень і виключень). Розміщення з повтореннями. Розміщення без повторень. Перестановки без повторень. Перестановки з повтореннями. Сполуки (комбінації) без повторень. Сполуки (комбінації) з повтореннями. Розбиття множини на підмножини. Тотожності для сполук.</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> Комбінаторний алгоритм бінарних відношень.</p> <p><i>Література.</i> Галкина В. А. Дискретная математика, комбинаторика, оптимизация на графах. Учебн. пособ. – М. 2003 – 232 с</p>

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
8	<p><b>Базові комбінаторні алгоритми.</b> Алгоритми породження підмножин. Генерування всіх підмножин. Алгоритм генерації всіх двійкових векторів довжини <math>n</math> в лексикографічному порядку. Генерування підмножин з умовою. Генерування <math>k</math>-елементних підмножин. Алгоритми перестановок. Вибір за допомогою сортування. Бульбашкове сортування, швидке сортування, сортування злиттям.</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> Алгоритми сортування, перевірка впорядкованості та місця елемента у послідовності. Реляційна модель множини.</p> <p><i>Література.</i> Тевящов А. О., Гусарова И. Г. Основы дискретной математики в примерах и задачах: Учебн. пособ. Х. ТУРЭ. 2001 – 272 с.</p>
9	<p><b>Основні положення теорії графів.</b> Історія виникнення теорії графів. Основні визначення графів (неорієнтований, орієнтований, помічений, граф з петлями, мультиграф, гіперграф, повний, дводольний, повний дводольний граф). Суміжність. Степінь вершини. Теореми про степені вершин графа. Графи з постійним і змінним ступенем вершин. Підграф. Циркулянтні граfi. Структурні характеристики графів. Зв'язність графа. Множина розрізання, розріз і міст.</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> Аналітичний опис графів та операцій над графами.</p> <p><i>Література.</i> Луцький Г. М., Кривий С. Л. Основы дискретной математики: К. «УСДД» 1995 – 252 с.</p>
10	<p><b>Способи задавання й властивості графів.</b> Операції з елементами графів. Задавання графів в математиці (аналітичний спосіб: явно, предикатом, рекурсивною процедурою; графічний спосіб; матричний спосіб: матрицею інцидентності та матрицею суміжності; задавання графа за допомогою списку ребер). Властивості матриці інцидентності неорієнтованого графа. Властивості матриці інцидентності орієнтованого графа. Властивості матриці суміжності орієнтованого графа. Ізоморфізм графів. Властивість матриць суміжності ізоморфних графів. Алгоритм розпізнавання ізоморфізму графа. Теоретико-множинні операції над графами. Паросполучення ребер графа.</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> Задавання графів за допомогою структур даних у скриптовій мові Python: операції на графах. Списки суміжності та інцидентності.</p> <p><i>Література.</i> Глибовець М. М. Основы комп'ютерних алгоритмів. К. – В. Д., «КМ Академія»; 2003 – 452 с.</p>
11	<p><b>Відношення та відображення на графах.</b> Графи й бінарні відношення. Зв'язок між операціями над графами й операціями над відношеннями. Багатозначні відображення. Відображення множини вершин. Визначення графа і його властивостей з використанням відображень. <b>Досяжність та зв'язність графів.</b> Досяжність і контрдосяжність вершини в графах.</p> <p><b>Числа графа.</b> Цикломатичне число. Число внутрішньої стійкості. Число зовнішньої стійкості.</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> Побудова відношення еквівалентності на графах.</p> <p><i>Література.</i> Никольский В. К. Дискретная математика - К. 2007 – 382 с.</p>
12	<p><b>Дерева і їх властивості, ліс, цикли.</b> Визначення дерева, властивості дерев. Процедури побудови остовного дерева та лісу. Властивості циклічного рангу. Фундаментальна система циклів графа. Остов найменшої ваги. Алгоритм Краскала. Алгоритм Прима.</p> <p><b>Обхід графів. Основні положення.</b> Обхід у глибину. Програма обходу графа у глибину. Обхід у ширину. Програма обходу графа у ширину.</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> Визначення властивості графів: ексцентриситет, діаметр та радіус, досяжність та впорядкованість. Алгоритми пошуку циклів графа, матриці циклів та розріз графів.</p> <p><i>Література.</i></p>

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
	Касьянов В. Н., Евстигнеева В. А. Графы в программировании, обработке, визуализации – применение. – Спб. «БХВ – Техн.». 2003 – 326 с.
13	<p><b>Алгоритми пошуку найкоротших шляхів у графі.</b> Пошук шляхів у графі за алгоритмом Террі. Пошук шляху у графі за алгоритмом Террі вручну. Хвильовий алгоритм. Пошук найкоротшого шляху у зваженому графі за алгоритмом Дейкстри. Пошук найкоротшого шляху у зваженому графі за алгоритмом Дейкстри вручну. Алгоритм Форда-Беллмана знаходження мінімального шляху. Алгоритм Флойда-Уоршелла.</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> Порівняння алгоритмів пошуку найкоротших шляхів у графі.</p> <p><i>Література.</i></p> <p>Касьянов В. Н., Евстигнеева В. А. Графы в программировании, обработке, визуализации – применение. – Спб. «БХВ – Техн.». 2003 – 326 с.</p>
14	<p><b>Розфарбування графа.</b> Задачі розфарбування. Хроматичне число. Хроматичне число й стандартні характеристики. Хроматичне число й щільність графа. Оцінки хроматичного числа. Теорема Брукса. Теореми про шість, п'ять та чотири фарби. Задача розподілу устаткування. Задача складання розкладу.</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> Задачі розфарбування. Задача складання розкладу.</p> <p><i>Література.</i></p> <p>Ильин С.Н., Альпин Ю.А. Дискретная математика. Графы и автоматы. Учебное пособие.- Казань, 2006. – 78 с.</p>
15	<p><b>Основні алгоритми розфарбування графів.</b> Базові відомості. Алгоритм послідовного розфарбування. Алгоритм прямого неявного перебору. Приклад алгоритму неявного перебору. Рекурсивна процедура послідовного розфарбування. Приклад роботи рекурсивної процедури. «Жадібний» алгоритм розфарбування. Приклад роботи «жадібного» алгоритму розфарбування. Результати роботи алгоритмів послідовного розфарбування.</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> «Жадібний» алгоритм розфарбування.</p> <p><i>Література.</i></p> <p>В. Е. Алексеев, В. А. Таланов, Графы и алгоритмы // Интуит.ру, 2006.</p>
16	<p>Евристичний алгоритм розфарбування. Приклад евристичного алгоритму розфарбування. Модифікований евристичний алгоритм розфарбування. Приклад модифікованого евристичного алгоритму розфарбування. Розфарбування графа методом А.П. Єршова. Приклад розфарбування графа методом А.П. Єршова.</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> Евристичний алгоритм розфарбування. Порівняння «жадібного» та евристичного алгоритмів розфарбування графів.</p> <p><i>Література.</i></p> <p>Новиков Ф.А. Дискретная математика. СПб.: Питер, 2011. – 384 с.</p>
17	<p><b>Шляхи і цикли Ейлера. Плоскі і планарні графи.</b> Шляхи і цикли Ейлера. Цикли Гамільтона. Плоскі і планарні графи. Гомеоморфні графи. Теорема Понтрягіна-Куратовського. Операція стягування. Теорема Вагнера.</p> <p><b>Завдання на СРС.</b> Алгоритми побудови та перевірки планарності графів. Алгоритми побудови графів Ейлера та Гамільтона.</p> <p><i>Література.</i></p> <p>Некрасов В.П. Основы дискретной математики. Екатеринбург: Изд-во УИЭУиП, 2011. – 93 с.</p>
18	<p><b>Мережі. Побудова мережі мінімальної довжини. Потоки в мережах, максимальний потік в мережі, перерозподіл потоку.</b></p> <p>Транспортні мережі. Алгоритм пошуку пропускної спроможності мережі. Потоки в мережах, максимальний потік у мережі, перерозподіл потоку. Алгоритм розставлення позначок. Алгоритм Гоморі-Ху. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Планування мереж. Аналітична оцінка мережі.</p>

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
	<b>Завдання на СРС.</b> Алгоритми побудови мереж, побудова мереж мінімальної та максимальної ваги, оцінки потоку у мережі. <i>Література.</i> Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1986. – 384 с.

## 6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студента складається з теоретичної та практичної складової. Теоретична складова передбачає вивчення додаткового матеріалу, що поглиблює знання, які отримані на лекції. Матеріал, який необхідно додатково вивчити, та літературні джерела для вивчення даного матеріалу вказані у таблиці 2. Практична складова самостійної роботи студента полягає у виконанні лабораторних робіт, перелік яких наведено в таблиці 3.

Метою проведення циклу лабораторних робіт є набуття студентами необхідних практичних навичок використання методів дискретної математики та розробки ефективних алгоритмів для їх реалізації при розв'язуванні задач.

Таблиця 3

Перелік лабораторних робіт

№ з/п	Назва лабораторної роботи	Кількість ауд. годин
1	Лабораторна робота № 1. Множини: основні властивості та операції над ними, діаграми Венна. (Розділ 1, Тема 1.1, Тема 1.2)	2
2	Лабораторна робота № 2. Бінарні відношення та їх основні властивості, операції над відношеннями. (Розділ 1, Тема 1.3, Тема 1.4)	4
3	Лабораторна робота № 3. Комбінаторика: перестановки, розміщення, сполучення. (Розділ 1, Тема 1.6, Тема 1.7)	4
4	Лабораторна робота № 4. Матричні способи представлення графів. Пошук найкоротших остовних дерев графа. Пошук найкоротших шляхів у графі. (Розділ 2, Тема 2.1, Тема 2.2, Тема 2.5, Тема 2.7)	4
5	Лабораторна робота № 5. Розфарбовування графа. (Розділ 2, Тема 2.8, Тема 2.9)	4

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Під час занять з навчальної дисципліни «Дискретна математика» студенти повинні дотримуватись певних дисциплінарних правил:

- забороняється запізнюватись на заняття;
- при вході викладача, на знак привітання, особи, які навчаються в КПІ ім. Ігоря Сікорського, повинні встати;
- не допускаються сторонні розмови або інший шум, що заважає проведенню занять;
- виходити з аудиторії під час заняття допускається лише з дозволу викладача;
- не допускається користування мобільними телефонами та іншими технічними засобами без дозволу викладача.

Лабораторні роботи здаються особисто з попередньою перевіркою теоретичних знань, які необхідні для виконання лабораторної роботи. Перевірка практичних результатів включає перевірку коду та виконання тестових завдань.

В процесі навчання викладач має право нарахувати до 5 заохочувальних балів за дострокове виконання лабораторної роботи, за проявлений творчий підхід при виконанні індивідуального завдання або за активну участь у обговоренні питань, що пов'язані з тематикою лекції або практичного заняття.

За виконання та здачу лабораторної роботи після зазначеного дедлайну, за значну кількість пропущених занять, або за порушення правил поведінки на заняттях викладач може призначити до 5 штрафних балів.

При проведенні контрольних заходів та при виконанні лабораторних робіт студенти повинні дотримуватися правил академічної доброчесності. При виявленні значного відсотку списування або плагіату викладач може відмовити у прийнятті даної роботи та вимагати доброчесного виконання навчального плану.

## **8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)**

Види контролю з навчальної дисципліни «Дискретна математика» включають:

### ***Лабораторні роботи***

Заплановано самостійне виконання 4 лабораторних робіт + 1 бонусна лабораторна робота.

Теми лабораторних робіт узгоджені у часі та за змістом з темами лекцій. Виконання лабораторних робіт у повному обсязі дозволяє набути практичних навичок застосування методів для роботи з множинами та графами, в також оволодіти сучасними технологіями програмування алгоритмів, які побудовані на основі даних методів.

### ***Поточний контроль:***

Передбачено 5 поточних тестувань закритими тестами у системі ТСЕХАМ, які повністю охоплюють тематику даної навчальної дисципліни. Кожний поточний закритий тест містить 10 питань та триває 10 хв. Загальний час на проведення становить 2 години та включає час тестування та час на вирішення організаційних питань. У випадку дистанційного навчання закритий поточний тест проводиться на початку лекції, яка слідує за лекцією, що завершує чергову тему. При очному навчанні час чергового поточного тестування призначається викладачем за узгодженням зі студентами.

### ***Семестровий контроль***

Семестровий закритий тест складається з двох атестаційних тестувань за розділами навчальної дисципліни. Перший атестаційний тест за темами розділу 1 містить 30 питань та триває 35 хвилин. Другий атестаційний тест за темами розділу 2 містить 40 питань та триває 45 хвилин.

### ***Залік***

Необхідною умовою допуску студента до заліку є його індивідуальний семестровий рейтинг не менший, ніж 30 балів, відсутність повної заборгованості з лабораторних робіт та не менше, ніж одна позитивна атестація. За невиконання хоча б однієї зі згаданих вимог студент до заліку не допускається.

Залік проводиться у вигляді співбесіди зі студентом для об'єктивного визначення рівня знань, умінь та практичних навичок, отриманих за семестр. За умови отримання студентом семестрового рейтингу більше 60 балів залік може бути виставлений автоматом на останньому занятті з даного курсу.

Оскільки кредитний модуль має семестрову атестацію у вигляді заліку, рейтингова система оцінювання побудована за типом PCO – 1. Рейтинг студента з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за види робіт відповідно до таблиці 4.

## Оцінювання окремих видів навчальної роботи студента

Розділ 1		Розділ 2	
Вид навчальної роботи	Максимальна кількість балів	Вид навчальної роботи	Максимальна кількість балів
Виконання та захист лабораторної роботи № 1 «Множини: основні властивості та операції над ними, діаграми Венна»	10	Виконання та захист лабораторної роботи № 3 «Графи. Способи представлення графів. Основні дерева. Пошук найкоротших шляхів»	10
Виконання та захист лабораторної роботи № 2 «Бінарні відношення та їх основні властивості, операції над відношеннями»	10	Виконання та захист лабораторної роботи № 4 «Розфарбовування графа, алгоритми розфарбування»	10
Поточний тест №1. Множини	5	Поточний тест №3. Графи Дерева.	5
Поточний тест №2. Відношення	5	Поточний тест №4. Розфарбування	5
		Поточний тест №5. Комбінаторика	5
<i>Усього за розділом 1</i>	30	<i>Усього за розділом 2</i>	35
Семестровий тест			35
<b>Семестровий рейтинг (<math>R_{сем}</math>)</b>			<b>100</b>

Індивідуальний семестровий рейтинг  $R_{сем}$  студента з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за:

- 1) Семестровий тест (35 балів)
- 2) Виконання лабораторних робіт (40 балів)
- 3) Поточні тести (5x5=25 балів)

Протягом семестру студенти виконують 4 лабораторні роботи. Лабораторна робота №5 є бонусною лабораторною роботою, оцінюється у 5 балів

Максимальна кількість балів за кожну лабораторну роботу: 10.

Бали нараховуються за:

- своєчасність подання роботи до захисту – 0-1 бал,
- належне оформлення протоколу лабораторної роботи – 0-2 бали,
- належне виконання змістовного завдання на роботу – 0-3 бали,
- відповіді на теоретичні запитання викладача – 0-5 балів.

Разом за лабораторні роботи (максимальна кількість балів) – 40 (за розділом 1 – 20 балів, за розділом 2 – 20 балів).

Розрахунок розміру шкали рейтингу:

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру становить:

$$R_{поточ} = \sum_k r_k, \text{ де } r_k \text{ максимальний рейтинговий бал кожного з контрольних заходів (поточні}$$

тести, лабораторні роботи).

Семестровий рейтинг складається з поточного рейтингу та оцінки за семестровий тест:

$$R_{сем} = R_{поточ} + ST = 65 + 35 = 100$$

Індивідуальний семестровий рейтинг студента (підсумкова семестрова рейтингова оцінка  $R_{сем}$ ) є сумою балів, отриманих студентом протягом семестру за участі у передбачених контрольних заходах (Атестаційні тести, поточні тести та лабораторні роботи).

Необхідною умовою допуску студента до заліку є його індивідуальний семестровий рейтинг не менший, ніж 30% від  $R_{сем}$ , тобто 30 балів, здані 4 лабораторні роботи та наявність однієї позитивної атестації в семестрі. При невиконанні хоча б однієї зі згаданих умов студент до заліку не допускається.

Студенти, які виконали всі умови допуску до заліку та мають семестровий рейтинг не менше 60 балів, можуть отримати відповідну позитивну оцінку без додаткових випробувань.

Студенти, які набрали протягом семестру рейтинг з кредитного модуля від 30 до 60 балів, мають можливість двох перескладань заліку у додаткову сесію. Перше перескладання проводиться у вигляді тесту у системі ТСЕХАМ. Після першого перескладання залік отримують студенти, які набрали більше 60% правильних відповідей. На другому перескладанні відбувається співбесіда з викладачем. Залік може бути отриманий за результатами співбесіди за умови 60% відсотків правильних відповідей на запитання викладача.

*Комп'ютерне тестування.* Випадковим чином з кожної теми вибирається однакова кількість питань. Атестаційний тест №1 включає 30 питань, атестаційний тест №2 включає 40 питань. На виконання тесту надається час з розрахунку 1 хвилина на питання. Кількість балів за тест дорівнює відсотку правильних відповідей. На виконання поточного тесту надається час з розрахунку 1 хвилина на питання.

Семестрова рейтингова оцінка перераховується в оцінку за національною шкалою та шкалою ECTS у відповідності з таблицею (табл. 5).

Таблиця 5

Відповідність рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

## 9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Викладання дисципліни «Дискретна математика» для спеціальності «Комп'ютерна інженерія» має свою специфіку, яка пов'язана з тим, що розробка та експлуатація комп'ютерної техніки потребує детального знайомства зі складними системами. Ключові елементи цих систем підлягають опису та аналізу з використанням методів дискретної математики. Основні поняття теорії множин, комбінаторика та основи теорії графів слід подавати з урахуванням специфіки спеціальних дисциплін для полегшення їх успішного засвоєння в подальшому навчанні.

Мета активізації навчального процесу – заохочення студентів до навчально-пізнавальної праці та самостійної роботи. При викладанні навчального матеріалу передбачається застосування таких технологій, як проблемні лекції, міні-лекції, мозкові атаки.

Проблемні лекції спрямовані на розвиток логічного мислення, залучення студентів до самостійного розв'язування відповідної задачі як у дисципліні «Дискретна математика», так у інших дисциплінах, пов'язаних з підготовкою до спеціальностей.

Міні-лекції передбачають викладання навчального матеріалу за короткий проміжок часу у характеризуються значною ємністю цільової інформації. Більш детальне вивчення пропонованого матеріалу вноситься на самостійне опрацювання.

Захист лабораторних робіт супроводжується відповідями, що висвітлюють розв'язання конкретних питань.

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**



**Складено** д.т.н., проф. Новотарський Михайло Анатолійович

**Ухвалено** кафедрою ОТ (протокол № 13 від 10.05.2023)

**Погоджено** Методичною комісією ФІОТ (протокол № 11 від 29.06.2023)