

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Дослідження і проектування комп'ютерних мереж

Методичні вказівки до практичних занять

Для студентів напряму підготовки
6.050102 «Комп'ютерна інженерія»
кафедри обчислювальної техніки
всіх форм навчання

*Рекомендовано
Вченою радою факультету
інформатики та обчислювальної
техніки НТУУ «КПІ»
Протокол № 12 від 28.05.2012р.*

Київ
НТУУ «КПІ»
2012

«Дослідження і проектування комп'ютерних мереж» Методичні вказівки до практичних занять. [Текст] / Уклад.: В.Ю.Куц, Р.Ю.Берест – К.: НТУУ «КПІ», 2012. – 212 с.

Методичні вказівки призначені для студентів напряму підготовки 6.050102 «Комп'ютерна інженерія» кафедри обчислювальної техніки всіх форм навчання. В посібнику наведена тематика практичних занять, основні теоретичні відомості, список літератури, контрольні питання.

Укладач

В.Ю.Куц, к.т.н.

Р.Ю.Берест

Відповідальний редактор

П.І.Кравець, к.т.н., доцент

Рецензент

Стенін О.А., д.т.н., проф.

кафедри технічної кібернетики

За редакцією укладачів

ЗМІСТ

Вступ	2
Заняття №1 Визначення мінімального потоку через розріз графа.....	2
Заняття №2 Декомпозиція структур комп'ютерних мереж.....	6
Заняття №3. Синтез структури мережі методом «гілок і границь».....	11.
Заняття №4 Синтезу мереж на заданому наборі концентраторів.....	13
Заняття №5 Подання комп'ютерних мереж у вигляді мереж масового обслуговування, аналіз часових характеристик.....	18.
Література	22

Вступ

Широке впровадження комп'ютерних мереж у всі галузі діяльності пред'являє підвищені вимоги до якості проектування комп'ютерних мереж. Рішення цих задач вимагає систематичних знань по проектуванню комп'ютерних мереж, у першу чергу знань методів аналізу і синтезу комп'ютерних мереж.

Заняття №1 Визначення мінімального потоку через розріз графа.

Для сильно зв'язаного графа безпосереднє використання алгоритму визначення мінімальної підмножини зчленування не ефективно, тому що по суті така підмножина відсутня.

У цьому випадку розбиття на підмережі здійснюється на основі ряду критеріїв, серед яких одним з основних є відношення інтенсивності зовнішніх потоків до інтенсивності внутрішніх потоків. Внутрішніми будемо називати потоки, що замикаються всередині аналізованої області, а зовнішніми - виходять за неї. Оптимальною буде вважати мережу з мінімальним значенням суми всіх зовнішніх потоків. У цьому випадку в якості вихідних даних виступають значення інтенсивностей потоків між вузлами мережі, які, як правило, задаються за допомогою матриці суміжності $\Lambda = \|\lambda_{i,j}\|_m$, кожний елемент якої визначає інтенсивність інформаційних потоків між відповідними вершинами a_i і a_j графа мережі передачі даних.

В якості прикладу розглянемо граф мережі, що складається з 14 вершин (рис.2.6) і відповідну йому матрицю суміжності (рис. 2.7).

Як видно з матриці, представленої на рис. 2.7, можна виділити три підграфа з максимальною інтенсивністю. Перший підграф утворений вершинами (A_1, A_2, A_3

, A_4, A_5), другий - вершинами (A_6, A_7, A_8, A_9), а третій - вершинами ($A_{10}, A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}$). Однак, цей граф можна представити і в вигляді двох підграфів. При цьому можливо уже три варіанта побудови мережі, кожний раз об'єднуючи по два різних підграфи. У даному випадку критерієм поділу графа на підграфи можуть виступати обмеження на діаметр графа, завантаження каналів передачі даних або вартість.

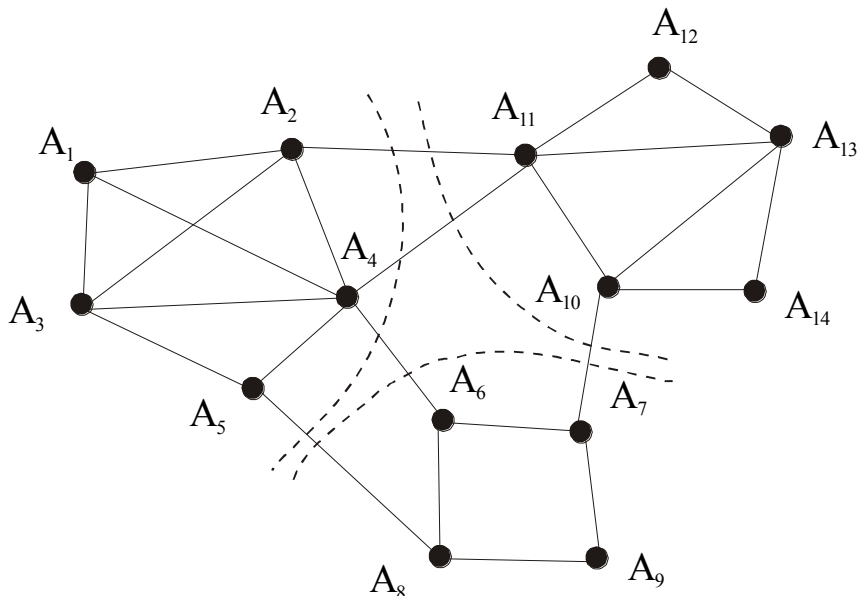


Рис.2.6.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}
a_1		70	80	35										
a_2	70		90	60							10			
a_3	80	90		10 0	65									
a_4	35	60	10 0		75	20					20			
a_5			65	75				15						
a_6				20			80	90	40					
a_7						80			12 0	30				
a_8					15	90			14 0					
a_9						40	12 0	14 0		80				
a_{10}							30		80		70		90	
a_{11}		10		20						70		60	85	80
a_{12}											60		11	

												0	
a_{13}									90	85	11		15
											0		0
a_{14}									80	80		15	
											0		

Рис.2.7

Далі, визначимо загрузку каналів передачі даних $L = |l_{ij}|_n$ і їх пропускну можливість $T = |t_{ij}|_n$.

При умові $P = A$ і $\lambda_{ij} \leq t_{ij}$ справедлива рівність $\Lambda = L$, тобто при співпадінні структури потоків в мережі її топології і відсутності перевантаження каналів передачі даних значення їх завантаження повністю збігається з інтенсивністю інформаційних процесів. В іншому випадку задається складовий шлях передачі даних, тобто через додаткові вершини, що призводить до збільшення завантаження мережі передачі даних.

Відношення $k_{ij} = l_{ij}/t_{ij}$ представляє собою коефіцієнт використання каналів передачі даних і являється характеристикою ефективності загрузки мережі передачі даних, середнє значення якої визначається формулою :

$$k_{cp} = \sum_{ij} k_{ij}/m.$$

Будемо розрізняти внутрішні і граничні вершини. Внутрішніми вершинами S_{ij}^+ вважаються вершини всі, ребра яких належать даній підмножині вершин, тобто i і $j \in \{r\}$ індексів вершин деякої підмножини S_z . Відповідно, граничною вершиною $S_{ij}^- \in S_z$ будемо називати вершину S_j , у якої $j \notin \{r\}$.

Розрізом мережі називається множина A_p , що складається із v ребер, при видаленні яких вихідний граф розділяється на два незв'язних підграфа. Для довільного графа може існувати декілька розрізів, однак, як правило, є тільки один мінімальний - складається з мінімально можливого числа ребер.

Відомі евристичні методи визначення мінімального розрізу засновані на сортуванні всіх дуг a_{ij} вихідного графа в порядку зменшення коефіцієнта k_{ij} використання каналів передачі даних.

Пропонується алгоритм для знаходження всіх основних підматриць заданої булевої матриці, заснований на послідовному переборі і попарному об'єднанні повних підматриць. Звичайно, при збільшенні розмірності вихідної матриці значно зростають витрати на перебір всіх варіантів, тому пропонується наступний алгоритм вирішення цієї задачі, заснований на формуванні повної підматриці у якої: $l = \min$. При реалізації даного підходу використовується правило еквівалентної перестановки рядків і стовпців матриці інцидентності при якій не порушується топологія графа. Коротко розглянемо цей алгоритм. Спочатку

вибирається i -ий рядок з $\max \sum_{j=1}^n a_{i,j}$ і переставляється з першим рядком,

відповідно переставляються і однойменні стовбці.

Далі вибирається k -ий рядок по умові:

$$\max \sum_{j=1}^n (a_{1,j} \cap a_{k,j}),$$

яка міняється із другим рядком, при наявності декількох рядків із однаковою сумою вибирається рядок з $\max a_{k,j}$.

У результаті запропонованого алгоритму матричних перетворень вихідна матриця суміжності приводиться до вигляду, близького до блокового. Аналіз отриманої матриці дозволяє визначити локальні зони і ребра, що їх зв'язують. Однак навіть для слабозв'язаного графа цей алгоритм не гарантує однозначного рішення, оскільки може призвести до формування матриці, подібної матриці, представленої на рис. 2.7. У разі ж сильно зв'язаного графа і рівномірному розподілі інформаційних потоків даний алгоритм взагалі не дає рішення, для знаходження якого виникає необхідність перерозподілу потоків з подальшим видаленням окремих ребер графа [Ошибка! Источник ссылки не найден.,Ошибка! Источник ссылки не найден.]. В цьому випадку серед вибраних множин зчленування визначається множина із \min значенням v і \min

$\sum_{i=1}^v l_{i,j}^- \sum_{i=1}^v l_{i,j}^-$. Подальший процес оптимізації полягає в видаленні одного або декількох ребер $l_{i,j}^-$ і перерозподілення навантаження до того часу, поки виконується умова $\sum_{i=1}^v t_{i,j}^- \geq \sum_{i=1}^v l_{i,j}^-$.

Заняття №2 Декомпозиція структур комп'ютерних мереж.

Одним із завдань, що належать до даного типу, є задача про знаходження такого оптимального розбиття графа на підграфи, при якому між будь-якими з підграфів існує рівно k зв'язків. Зокрема, подібні завдання часто виникають при проектуванні оптимальних мереж з підвищеною надійністю, що розглядаються в рамках даної дисертаційної роботи.

Слід підкреслити, що більшість відомих методів орієнтовані на однорідні мережеві структури і не враховують деяких специфічних особливостей корпоративних мереж. Ще більш складними є завдання оптимального розбиття графів (мереж) з можливістю відображення отриманих підграфів (підмереж) на вже добре вивчені структури, наприклад, на дерева, найбільш оптимальним чином.

Задачу декомпозиції структури комп'ютерної мережі можна розглядати як задачу визначення мінімальної підмножини зчленування графа. В теорії графів під безліччю зчленування зв'язного неорієнтованого графа $G=(A,S)$ розуміють непусту підмножину B , якщо підграф, породжений множиною $A-B$, не зв'язаний. Тут $A=\{a_i\}$, множина графа G , величини i приймає значення від 1 до N (кількість вершин графа). $S=\{S_{i,j}\}$ - множина ребер неорієнтованого графу. Зауважимо, що для незв'язною графа формування локальних зон здійснюється відносно просто і може бути зведене, наприклад, до комбінаторної задачі розкладання на мінімальні непересічні підсоти.

Розглянемо питання аналізу зв'язності графа використовуючи його матрицю інцидентності, сформулюємо і доведемо необхідну і достатню умову зв'язності графа. Нехай заданий довільний незв'язний граф $G\{A,S\}_n$, якому відповідає матриця інцидентності $|M|_{n \times n}$. Допустимо, що незв'язний граф складається з двох підграфів $G_1\{A_1,S_1\}_m$ і $G_2\{A_2,S_2\}_k$, з відповідними матрицями інцидентності $|M_{11}|_{m \times m}$ $|M_{22}|_{k \times k}$, де: $m+k=n$. Далі, визначимо номери вершин для першого графу починаючи з 1 до m , а для другого - починаючи з номеру $(m+1)$ до n . В цьому випадку матриця інцидентності початкового графу може бути представлена в

вигляді блочної матриці $M=$

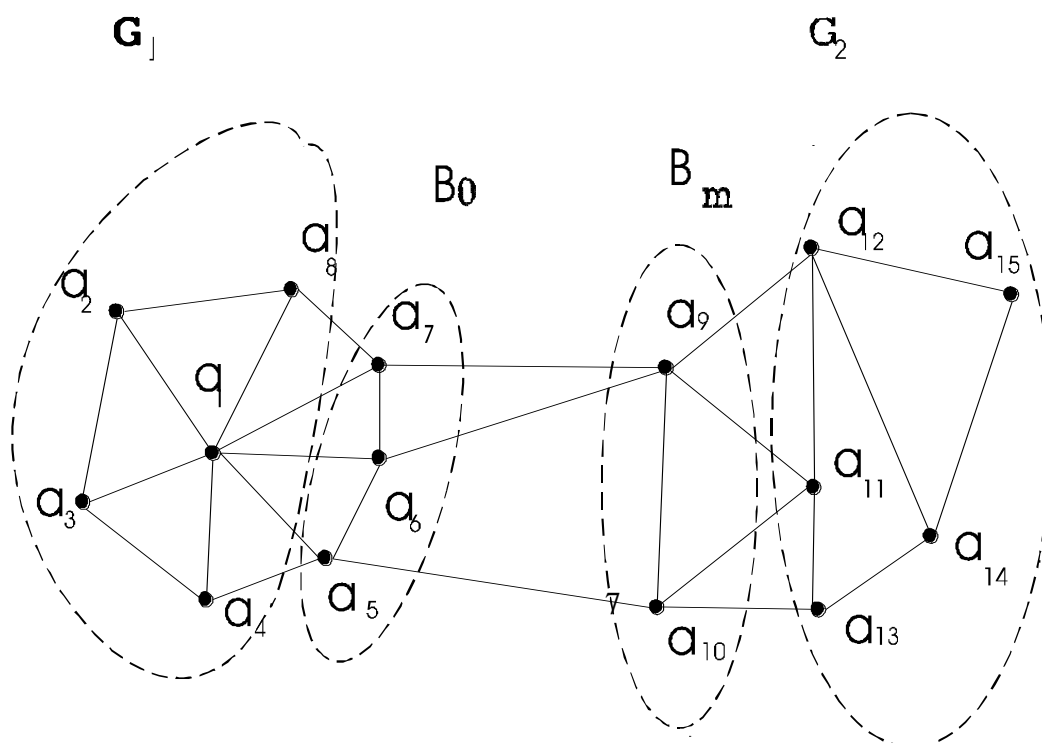
M_{11}	M_{12}
M_{21}	M_{22}

Зауважимо, що для неорієнтованого графа $G\{A,S\}_n$ виконується умова $|M_{12}|_{m \times k}^T = |M_{21}|_{k \times m}$, що при аналізі зв'язності дозволяє розглядати одну із цих підматриць, наприклад, $|M_{12}|_{m \times k}$. Довільний елемент $s_{i,j}$ даної матриці визначає зв'язок між вершинами a_i і a_j , при цьому $i \in \{1,2,\dots,m\}$, а $j \in \{m+1, m+2, \dots, n\}$. Звідси слідує, що a_i являється вершиною підграфа $G_1\{A_1,S_1\}_m$, а вершина a_j - підграфа $G_2\{A_2,S_2\}_k$. Так як по умові підграфи $G_1\{A_1,S_1\}_m$ і $G_2\{A_2,S_2\}_k$ не зв'язані, то $s_{i,j} = 0$. Таким чином, умовою зв'язності являється ненульова матриця $|M_{12}|_{m \times k}$.

З теорії графів випливає, що одночасна перестановка відповідних рядків і стовпців не призводить до зміни топології графа. Це положення надалі використовується при аналізі зв'язності графа. Розглянемо слабозв'язаний граф (рис.2.1) і його підмножини зчленування (рис.2.2).

Зауважимо, що для довільного слабозв'язного графа може існувати декілька підмножин зчленування, наприклад: $B_0=\{a_5,a_6,a_7\}$ $B_m=\{a_9,a_{10}\}$ (див. рис. 2.1), однак нас буде цікавити мінімальне із них - B_0 . При єдиному елементі множини вершина графа, що визначається цим елементом називається точкою зчленування графа.

В рамках комбінаторного аналізу при визначенні мінімальної підмножини



зчленування використовують операції над булевими матрицями, визначаючи серед них повну підматрицю, тобто таку підматрицю, яка не міститься ні в якій іншій підматриці.

Рис.2.1

Вибір покриває підмножини повних підматриць здійснюється по рядках, тобто в якості вихідної підматриці вибирається деякий рядок. Потім методом послідовного перебору попарно здійснюється об'єднання повних підматриць. Процес об'єднання повних підматриць здійснюється до отримання мінімального покриття вихідної матриці її основними підматрицями. Звичайно, при збільшенні розмірів вихідної матриці значно збільшуються витрати на перебір всіх варіантів. Так, запропонований в роботі [Ошибка! Источник ссылки не найден.] алгоритм вимагає $(n+1) \times n/2$ операцій порівняння n $(n-1)^2$ операцій перестановок матриць. В роботі [Ошибка! Источник ссылки не найден.] на відміну від відомих методів, при яких розглядаються поодинокі підматриці, завдання формування повної підматриці вирішується відносно "повних" нульових підматриць, що дозволяє відмовитися від використання додаткових матриць. Так наприклад, для графа (рис.2.1) в матриці інцидентності (рис. 2.2.) В якості повних нульових підматриць можуть виступати, наприклад, підматриці $|M_1|_{8 \times 5}$ (рис.2.3) и $|M_2|_{4 \times 7}$ (рис.2.4).

a_1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
a_2	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
a_3	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a_4	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a_5	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
a_6	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
a_7	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
a_8	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
a_9	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0
a_{10}	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
a_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0
a_{12}	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
a_{13}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
a_{14}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
a_{15}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0

Рис.2.2

	a ₁₁	a ₁₂	a ₁₃	a ₁₄	a ₁₅
a ₁	0	0	0	0	0
a ₂	0	0	0	0	0
a ₃	0	0	0	0	0
a ₄	0	0	0	0	0
a ₅	0	0	0	0	0
a ₆	0	0	0	0	0
a ₇	0	0	0	0	0
a ₈	0	0	0	0	0

Рис.2.3

	a ₉	a ₁₀	a ₁₁	a ₁₂	a ₁₃	a ₁₄	a ₁₅
a ₁	0	0	0	0	0	0	0
a ₂	0	0	0	0	0	0	0
a ₃	0	0	0	0	0	0	0
a ₄	0	0	0	0	0	0	0

Рис.2.4

Перша підматриця визначає для безпосередньо не зв'язаних підмножини $\{a_i \mid i=1,2,\dots, 8\}$ і $\{a_j \mid j=11,12,\dots,15\}$, а друга підматриця визначає підмножини $\{a_i \mid i=1,2,3,4\}$ і $\{a_j \mid j=9,10,11,12,\dots,15\}$. У випадку повної підматриці $|M_1|_{8 \times 5}$ формуються підграфи $G_1\{A_1, S_1\}_8$ з вершинами a_1, a_2, \dots, a_8 і $G_2\{A_2, S_2\}_5$ з вершинами $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{15}$. Інші вершини a_9, a_{10} утворюють підмножини зчленування цих підграфів.

У загальному випадку, при наявності підмножини зчленування матриця інцидентності вихідного графа може бути представлена у вигляді такої блочної матриці інцидентності (рис.2.5):

M_{11}	M_{12}	M_{13}
M_{21}	M_{22}	M_{23}
M_{31}	M_{32}	M_{33}

Рис.2.5

Тут підматриці $|M_{11}|_{m \times m}$ і $|M_{33}|_{k \times k}$ визначають підграфи $G_1\{A_1, S_1\}_m$ і $G_3\{A_3, S_3\}_k$, а підматриця $|M_{22}|_{l \times l}$ відповідає підмножині зчленування вихідного графу. Величина l визначається із співвідношення: $l=n-(m+k)$. В свою чергу,

підматриця $|M_{12}|_{m \times l}$ визначає ребра між підграфом $G_1\{A_1, S_1\}_m$ і підмножиною зчленування, сукупність ребер утворює відповідний розріз графа. Аналогічно, підматриця $|M_{23}|_{l \times k}$ визначає зв'язки і розріз між підмножиною зчленування і підграфом $G_3\{A_3, S_3\}_k$. Підматриця $|M_{13}|_{m \times k}$ визначає зв'язки між підграфами $G_1\{A_1, S_1\}_m$ і $G_3\{A_3, S_3\}_k$, що не увійшли в підмножину зчленування, а так як по умові вони відсутні, то матриця що розглядається являється нульовою. Таким чином можна стверджувати, що для підграфа розмірністю m і підграфа розмірністю k в матриці інцидентності вихідного графа може бути виділена нульова підматриця розміром $m \times k$ і дві підматриці зчленування розміром відповідно $(m \times l)$ і $(l \times k)$, де: $l = n - (m + k)$. При $l = 0$ граф розпадається на два незв'язних підграфа. Таким чином, оптимальним розбиттям графа G на два підграфа G_1 і G_2 , варто вважати таке розбиття при якому множина зчленування $V \rightarrow \min$, при $k \rightarrow m$ і $m+k \rightarrow n$.

На відміну від відомих методів, при яких розглядаються поодинокі підматриці, завдання формування повної підматриці будемо вирішувати щодо "повних" нульових підматриць. Доцільність такого підходу визначається особливістю структури матриці інцидентності незв'язною графа. Далі, виключити операції перестановки рядків і стовпців можна за рахунок представлення рядків матриці у вигляді множин і виконуючи операції над множинами.

В цьому випадку задачу визначення мінімальної підмножини зчленування можна сформулювати наступним чином [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**]: для довільних вершин s_i і s_j графа $G = (S, A)$, що входять в підмножину $s_i \subset S_1$ і $s_j \subset S_2$, знайти підмножину V , що забезпечує виконання умов:

- 1) $S_1 \cap V = \emptyset$;
- 2) $S_2 \cap V = \emptyset$;
- 3) $S_1 \cap S_2 = \emptyset$;
- 4) $S_1 \cup S_2 \cup V = S$;
- 5) $V = \min$.
- 6) $D_1 < D_{\max}$; $D_2 < D_{\max}$

Співвідношення між розглянутими підмножинами визначається виразом: $V = S - (S_1 \cup S_2)$. Очевидно, підмножина V буде мінімальною при максимальних підмножинах S_1 і S_2 . Таким чином, задача визначення мінімальної підмножини V може бути зведена до визначення максимальних підмножин S_1 і S_2 .

У цьому випадку процес формування повної нульової підматриці може бути замінений на формування двох непересічних підмножин, відповідних блочній матриці $M_{1,3}$ вихідній матриці інцидентності (рис.2.5). Основною операцією даного алгоритму являється послідовне об'єднання множин A_i між собою. В якості вихідної множини A_0 вибирається множина A_i з максимальною кількістю елементів. Далі із множин, що залишились, вибирається множина A_i , що утворюється шляхом об'єднання з A_0 максимальна множина $A_m = (A_0 \cap A_i)$. Визначається число ($r_1 = k + m$), де k - кількість об'єднаних множин, m - розмір множини A_m . Після першого кроку величина $r = 2 + m$.

На другому і наступних кроках виконується об'єднання аналогічним чином множини A_m з іншими $A_m = (A_0 \cap A_i)$.

На кожному i -ом кроці обчислюється відповідне значення r_i . Процес об'єднання закінчується при $(k+m)=n$ або $i=n$.

В цьому випадку вихідний граф представляє собою два підграфа, перший із яких містить k , а другий - m вершин. Вершини другого графа визначаються множиною A_m , а першого множиною $A - A_m$. У порівнянні із відомими, даний алгоритм не використовує матричне представлення графів, виключені операції перестановки рядків і стовбців матриць. Слід звернути увагу на позитивну особливість алгоритму, що формує на кожному кроці обчислення мінімально можливе підмножина зчленування для підграфів G_1 і G_2 .

Заняття №3. Синтез структури мережі методом «гілок і границь».

За допомогою методу галузей і границь визначити мінімальну довжину мережі шинної топології. Відстань між вузлами мережі задане в таблиці:

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
a_1	∞	5	7	12	9	2	4
a_2	11	∞	7	4	3	7	2
a_3	4	7	∞	8	3	9	7
a_4	1	5	2	∞	14	2	4
a_5	9	13	10	6	∞	3	3
a_6	5	2	3	2	7	∞	5
a_7	4	2	4	5	4	2	∞

1. Приводимо матрицю по рядках і стовпцям, знаходимо ступеню нулів

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
a_1	∞	3	4	10	7	02	2
a_2	9	∞	4	2	1	5	01
a_3	1	4	∞	5	02	6	4
a_4	01	4	00	∞	13	1	3
a_5	6	10	6	3	∞	00	00
a_6	3	00	00	02	5	∞	3
a_7	2	00	1	3	2	00	∞

2. Знаходимо константу приведення й нижню границю гамільтонових контурів:

$$\gamma^0 = \sum_{i=1}^7 U_i + \sum_{j=1}^7 V_j = 15 + 1 = 16$$

$$\varphi(\Omega^0) = \gamma^0 = 16$$

3. На включення в гамільтонов контур претендує дуга: (6;4). Вибираємо підмножину Ω^{164} і розбиваємо його на два: з і без дуги з максимальним ступенем нуля. Приводимо матриці й обчислюємо константи примари й нижні границі гамільтонових контурів. Якщо після приведення рядок і стовпець не мають знака ∞ , то елемент на їхньому перетинанні заміняємо на ∞

	a_1	a_2	a_3	a_5	a_6	a_7

a ₁	∞	3	4	7	0	2
a ₂	9	∞	4	1	5	0
a ₃	1	4	∞	0	6	4
a ₄	0	4	0	13	∞	3
a ₅	6	10	6	∞	0	0
a ₇	2	0	1	2	0	∞

$$\gamma_{64}^1 = \sum_{i=1}^7 U_i + \sum_{j=1}^7 V_j = 0 + 0 = 0$$

$$\varphi(\Omega_{64}^1) = 16 + 0 = 16$$

	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	a ₇
a ₁	∞	3	4	8	7	0	2
a ₂	9	∞	4	0	1	5	0
a ₃	1	4	∞	3	02	6	4
a ₄	0	4	0	∞	13	1	3
a ₅	6	10	6	1	∞	0	0
a ₆	3	0	0	∞	5	∞	3
a ₇	2	0	1	1	2	0	∞

$$\gamma_{64}^1 = \sum_{i=1}^7 U_i + \sum_{j=1}^7 V_j = 0 + 2 = 2$$

$$\varphi(\Omega_{64}^1) = 16 + 2 = 18$$

Тому що нижня границя Ω_{64}^1 менше переходимо до його розгалуження, визначаємо ступені нулів.

	a ₁	a ₂	a ₃	a ₅	a ₆	a ₇
a ₁	∞	3	4	7	02	2
a ₂	9	∞	4	1	5	0
a ₃	1	4	∞	02	6	4
a ₄	01	4	01	13	∞	3
a ₅	6	10	6	∞	00	00
a ₇	2	03	1	2	00	∞

На включення в гамільтонов контур претендує дуга: (7;2). Вибірємо підмножину Ω_{64}^1 і розбиваємо його на два: з і без дуги з максимальним ступенем нуля. Приводимо матриці й обчислюємо константи примари й нижні границі гамільтонових контурів

	a ₁	a ₃	a ₅	a ₆	a ₇
a ₁	∞	4	7	0	2
a ₂	8	3	0	4	∞
a ₃	1	∞	0	6	4
a ₄	0	0	13	∞	3
a ₅	6	6	∞	0	0

$$\gamma_{72}^2 = \sum_{i=1}^7 U_i + \sum_{j=1}^7 V_j = 1+0=1$$

$$\varphi(\Omega_{72}^2) = 16+1=17$$

	a ₁	a ₂	a ₃	a ₅	a ₆	a ₇
a ₁	∞	0	4	7	0	2
a ₂	9	∞	4	1	5	0
a ₃	1	1	∞	0	6	4
a ₄	0	1	0	13	∞	3
a ₅	6	7	6	∞	0	0
a ₇	2	∞	1	2	0	∞

$$\gamma_{72}^2 = \sum_{i=1}^7 U_i + \sum_{j=1}^7 V_j = 0+3=3$$

$$\varphi(\Omega_{72}^2) = 16+3=19$$

Тому що нижня границя Ω^{272} менше переходимо до його розгалуження, визначаємо ступені нулів.

	a ₁	a ₃	a ₅	a ₆	a ₇
a ₁	∞	4	7	02	2
a ₂	8	3	03	4	∞
a ₃	1	∞	01	6	4
a ₄	01	03	13	∞	3
a ₅	6	6	∞	00	02

На включення в гамільтонов контур претендують дуги: (4;3),(2;5). Вибираємо підмножину Ω^{343} і розбиваємо його на два: з і без дуги з максимальним ступенем нуля. Приводимо матриці й обчислюємо константи примари й нижні границі гамільтонових контурів. Якщо після приведення рядок і стовпець не мають знака ∞, то елемент на їхньому перетинанні заміняємо на ∞

	a ₁	a ₅	a ₆	a ₇
a ₁	∞	7	0	2
a ₂	7	0	4	∞
a ₃	0	0	∞	4
a ₅	5	∞	0	0

$$\gamma_{43}^3 = \sum_{i=1}^7 U_i + \sum_{j=1}^7 V_j = 0+1=1$$

$$\varphi(\Omega_{43}^3) = 17+1=18$$

	a ₁	a ₃	a ₅	a ₆	a ₇
a ₁	∞	1	7	02	2
a ₂	8	0	03	4	∞
a ₃	1	∞	01	6	4
a ₄	01	∞	13	∞	3
a ₅	6	3	∞	00	02

$$\gamma_{43}^3 = \sum_{i=1}^7 U_i + \sum_{j=1}^7 V_j = 0 + 3 = 3$$

$$\varphi(\Omega_{43}^3) = 17 + 3 = 20$$

Тому що нижня границя Ω^{343} менше переходимо до його розгалуження, визначаємо ступені нулів.

	a ₁	a ₅	a ₆	a ₇
a ₁	∞	7	02	2
a ₂	7	04	4	∞
a ₃	05	01	∞	4
a ₅	5	∞	00	02

На включення в гамільтонов контур претендує дуга: (3;1). Вибираємо підмножину Ω^{431} і розбиваємо його на два: з і без дуги з максимальним ступенем нуля. Приводимо матриці й обчислюємо константи примари й нижні границі гамільтонових контурів. Якщо після приведення рядок і стовпець не мають знака ∞, то елемент на їхньому перетинанні заміняємо на ∞

	a ₅	a ₆	a ₇
a ₁	5	∞	0
a ₂	0	4	∞
a ₅	∞	0	0

$$\gamma_{25}^4 = \sum_{i=1}^7 U_i + \sum_{j=1}^7 V_j = 2 + 0 = 2$$

$$\varphi(\Omega_{25}^4) = 18 + 2 = 20$$

	a ₁	a ₅	a ₆	a ₇
a ₁	∞	7	0	2
a ₂	2	0	4	∞
a ₃	∞	0	∞	4
a ₅	0	∞	0	0

$$\gamma_{25}^4 = \sum_{i=1}^7 U_i + \sum_{j=1}^7 V_j = 0 + 5 = 5$$

$$\varphi(\Omega_{25}^4) = 18 + 5 = 23$$

Тому що нижня границя Ω^{425} менше переходимо до його розгалуження, визначаємо ступені нулів.

	a ₅	a ₆	a ₇
a ₁	5	∞	05
a ₂	09	4	∞
a ₅	∞	00	00

На включення в гамільтонов контур претендує дуга: (2;5). Вибираємо підмножину Ω^{525} і розбиваємо його на два: з і без дуги з максимальним ступенем нуля. Приводимо матриці й обчислюємо константи примари й нижні границі гамільтонових контурів. Якщо після приведення рядок і стовпець не мають знака ∞, то елемент на їхньому перетинанні заміняємо на ∞

	a ₆	a ₇
--	----------------	----------------

a_1	∞	0
a_5	0	0

$$\gamma_{25}^5 = \sum_{i=1}^7 U_i + \sum_{j=1}^7 V_j = 0 + 0 = 0$$

$$\varphi(\Omega_{25}^5) = 20 + 0 = 20$$

	a_5	a_6	a_7
a_1	0	∞	0
a_2	∞	4	∞
a_5	∞	0	0

$$\gamma_{25}^5 = \sum_{i=1}^7 U_i + \sum_{j=1}^7 V_j = 0 + 5 = 5$$

$$\varphi(\Omega_{25}^5) = 18 + 5 = 23$$

Тому що нижня границя Ω^{525} менше границі Ω^{525} і його матриця має розмірність 2×2 , то в гамільтонов контур включаються дуги відповідні її нульовим елементам.

Визначимо отриманий гамільтонов контур: $(6;4),(7;2),(3;1),(4;3),(2;5),(1;7),(5;6)$.

Або 6-4-3-1-7-2-5-6

Заняття №4 Синтезу мереж на заданому наборі концентраторів

Множина точок розміщення терміналів (I) представляє собою ідентифікатори терміналів, які необхідно підключити до мережі. Множина точок місцезорозташування концентраторів (J) представляє собою множину всіх доступних концентраторів в мережі. Інтенсивність потоку необхідного для i -го терміналу (λ_i) – представляє собою чисельне вираження необхідного потоку для терміналу, іншими словами як багато даних використовує даний термінал в одиницю часу. Питома чисельна характеристика «вигоди» підключення i -ого терміналу (f_i) являється нормованим коефіцієнтом, за допомогою якого можна визначити вигоду від підключення i -ого терміналу до мережі, по суті, це вартість часу роботи (або часу підключення) терміналу в мережі. Вартість призначення терміналу i концентратору j (c_{ij}) – це вартість фізичного підключення терміналу до мережі, наприклад вартість оптоволокна для підключення робочої станції в Gigabit Ethernet. Питома вартість підключення терміналу до j -ого концентратора (c_j) представляє собою вартість одного порту концентратора для підключення терміналу. На даному параметрі необхідно зупинитись для більш детального розгляду. Попередні параметри являються вартісними, тобто чисельними, даними. Вони належать до безперервної області чисел. У випадку вартості концентратора ми маємо зовсім іншу картину. На сьогоднішній момент поки ще немає засобу для нарощування портів концентратора, іншими словами, ми купляємо концентратор

на заздалегідь визначену кількість портів 8, 12, 16 і т. д. У цьому випадку ми маємо справу з дискретною величиною вартості підключення нового порту, яка має ступінчастий характер. Крім того, дана вартісна характеристика безпосередньо пов'язана з якістю пропонованих мережевих послуг, іншими словами вартість порту залежить від обраного концентратора для забезпечення заданої пропускної спроможності. Це означає, що в залежності від необхідної пропускної спроможності необхідно використовувати відповідну функцію питомої вартості концентраторного обладнання. В даній моделі немає обмежень на застосування дискретної функції залежності вартості концентратора від кількості портів, але ми будемо використовувати функцію, що огинає її. Так як метою даної роботи являється отримання прийняттого засобу синтезу мережі, а не отримання кінцевого комерційного програмного продукту призначеного для побудови корпоративної мережі масштабу підприємства. Замість дискретної функції домовимося використовувати безперервну вартість концентраторного обладнання. Такий прийом призведе до деякої погрішності, але ця похибка буде впливати тільки на витрати і в кінцевому підсумку тільки знизить числове значення оптимізаційного функціоналу, в порівнянні з реальною вартістю мережі. Враховуючи, що перед нами стоїть завдання максимізації останнього, а не отримання грошової вигоди від застосування даного алгоритму, можна зробити висновок, що така похибка не суттєво вплине на отриманий результат. Це не важко показати. При апроксимації функції вартості $c(x)$ по точках ми отримуємо функцію $c'(x)$, інтеграл якої буде більший ніж інтеграл вихідної функції вартості $c(x)$. Це показано на рис. 3.3.

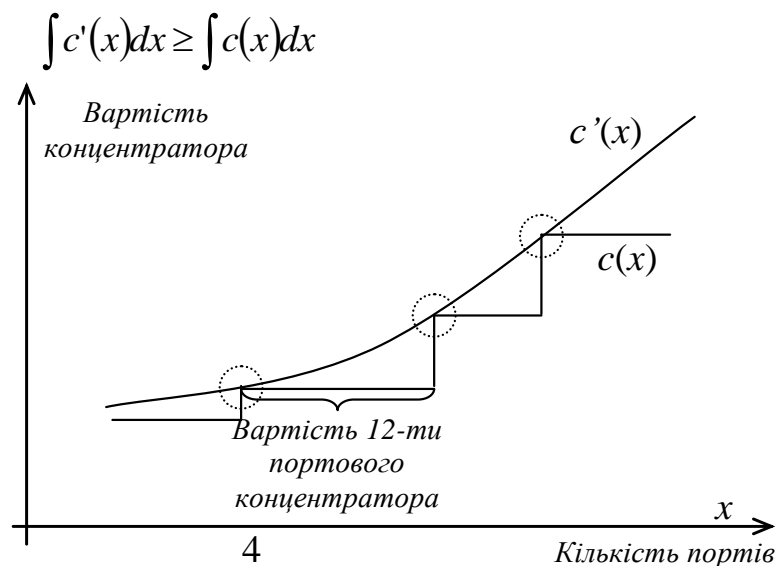


Рис. 3.3

Математична модель мережі, що проектується, будується виходячи із наступних міркувань. Для початку визначимо вигоду від підключення терміналів:

$$P(x) = \sum_{i \in I} f_i \sum_{j \in J} \lambda_j x_{ij} . \quad (3.3)$$

Дана вигода враховує вартісну характеристику запропонованих мережевих послуг. Так як до концентратора підключаються декілька терміналів, то необхідно врахувати сумарну пропускну здатність необхідну для підтримки підключення останніх. Тепер визначимо витрати на середовище передачі, яке необхідно прокласти між терміналом, що підключається, і концентратором:

$$C_1(x) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij}. \quad (3.4)$$

Крім цього необхідно врахувати затрати на концентраторне обладнання необхідне для підключення нового терміналу. Або іншими словами затрати на додатковий порт:

$$C_2(x) = \sum_{j \in J} c_j \sum_{i \in I} x_{ij}. \quad (3.5)$$

И нарешті визначимо затрати на підключення самого концентратора до мережі, або інакше – затрати на установку концентратора в місці розміщення j :

$$C_3(y) = \sum_{j \in J} u_j y_j. \quad (3.6)$$

Тепер якщо ми віднімемо всі затрати від одержуваної вигоди, тобто від (3.3) віднімемо (3.4), (3.5) і (3.6), то в результаті ми отримаємо функціонал нашої моделі (3.2).

На даний функціонал повинні накладатись обмеження, які мають вигляд:

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \geq y_j, \quad \forall j \in J. \quad (3.7)$$

$$\sum_{i \in I} \lambda_i x_{ij} \leq b_j y_j, \quad \forall j \in J. \quad (3.8)$$

При дотриманні таких умов:

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J, \quad \forall i \in I. \quad (3.9)$$

$$y_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J. \quad (3.10)$$

Ці обмеження беруться виходячи з таких міркувань. Обмеження (3.7) необхідно для виключення ситуації, коли термінал i підключений до j -ого концентратора, але останній ще не встановлений. Це обмеження не суворе, в зв'язку з тим, що до одного концентратора може підключатися кілька терміналів. Обмеження (3.7) визначає максимальну пропускну здатність, що підтримується концентратором. Умови (3.9) і (3.10) пояснюються початковими припущеннями, так як змінні x_{ij} і y_j належать цілочисельній області значень і являють собою наявність або відсутність терміналу і концентратора відповідно.

При переносі векторів x і y із цілочисельної області $R_a \subset \{0, 1\}$ в область $R \subset [0, 1]$ граничні умови (3.9) і (3.10) будуть виглядати наступним чином:

$$x_{ij} \in [0, 1], \quad \forall j \in J, \quad \forall i \in I. \quad (3.11)$$

$$y_j \in [0, 1], \quad \forall j \in J. \quad (3.12)$$

Метод множників Лагранжа потребує наявності локальної випуклості функціоналу в області рішення двоїстої задачі. Такий аналіз незручно проводити в багатовимірному просторі.

Єдино прийнятним рішенням є перенесення функціоналу в іншу область виміру. Для цієї мети необхідно спроектувати функціонал в тривимірну площину, без втрати характеристики її поведінки. В цьому випадку у нас появиться можливість візуального представлення функціоналу, що оптимізується. Для цього необхідно зробити деякі математичні перетворення.

Нехай функція $f(z)$ така, що:

$$f(x+y) = f(x) + f(y) \quad (3.13)$$

і

$$\nabla_z^2 f(z) = const. \quad (3.14)$$

Заняття №5 Подання комп'ютерних мереж у вигляді мереж масового обслуговування, аналіз часових характеристик.

Розглянемо віртуальний канал (ВК), що проходить на шляху від джерела до одержувача по мережі з комутацією пакетів M вузлів з накопиченням і відтворенням інформації. Типовий приклад з трьома віртуальними каналами показаний на Рис 2.8.1.1. Кожен ВК може бути змодельований послідовністю з M систем обслуговування з очікуванням Рис 2.8.1.2.

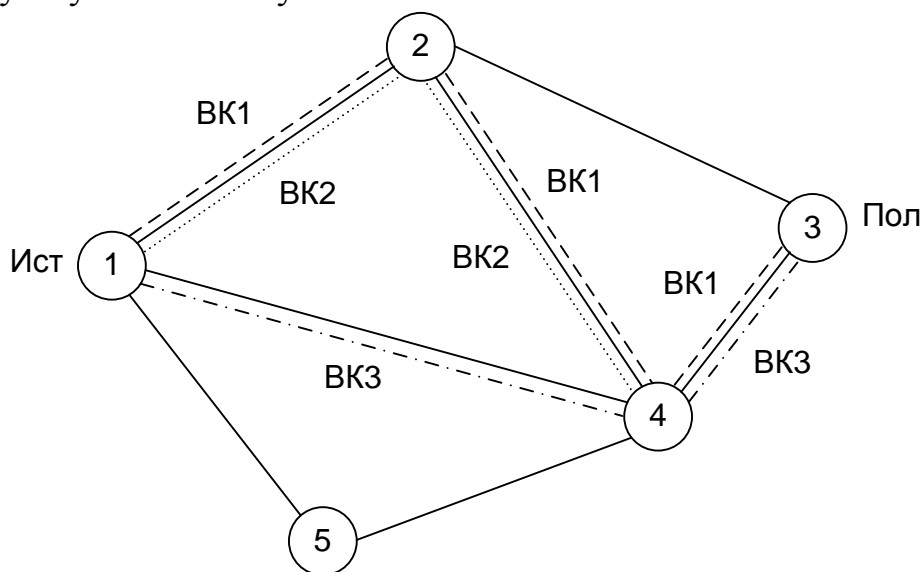


Рис 2.8.1.1. Віртуальні канали в мережі

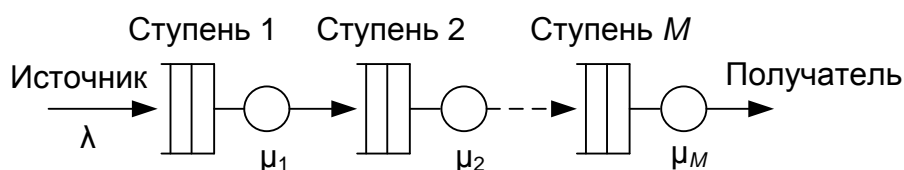


Рис 2.8.1.2. Модель масового обслуговування для ВК

Модель окремого ВК на Рис 2.8.1.2. при деяких допущеннях фактично стає каскадом незалежних систем обслуговування $M/M/1$. При такому припущенні

модель системи обслуговування виявляється окремим випадком розімкнутої мережі масового обслуговування з рішенням у формі добутку. Термін «форма добутку», означає, що ймовірність стану складовою мережі масового обслуговування може бути виписана у вигляді добутку ймовірностей стану кожної системи. Отже, окремі системи виявляються дійовими незалежно.

2.8.2 Модель ковзаючого вікна

При механізмі управління за допомогою ковзного вікна кожен пакет при вступі за призначенням підтверджується окремо. Поступаючи назад у джерело, підтвердження зрушує вікно на одиницю, дозволяючи увійти в мережу іншому пакету, якщо всі пакети у вікні попередньо передані.



Рис 2.8.2.1. Управління за допомогою ковзного вікна: (а) - початковий стан, (б) - пакет підтверджений, (в) - наступний пакет підтверджений

При припущенні про вищу пріоритетність для підтверджуючих пакетів ми нехтуємо затримкою при поверненні підтверджень з боку одержувача назад по ВК до джерела. Це дає можливість моделювання управління за допомогою ковзного вікна, що накладається на ВК, за допомогою моделі замкненої системи (Рис 2.8.2.2)

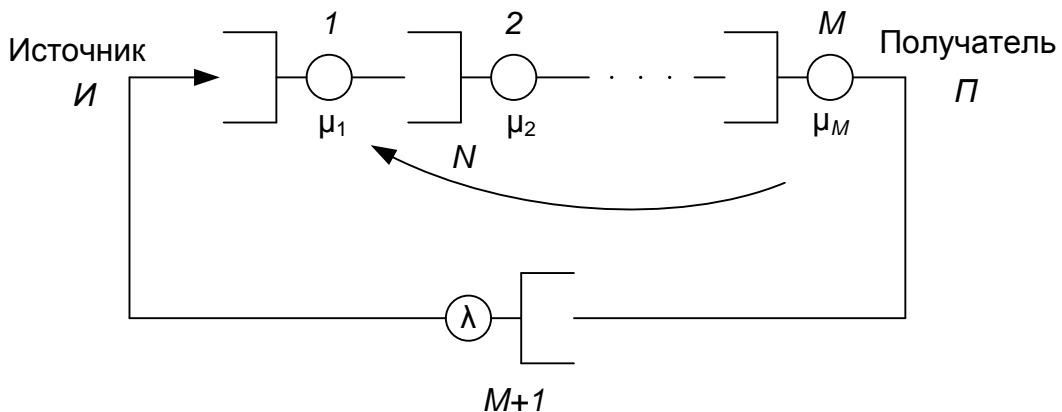


Рис 2.8.2.2. Модель управління за допомогою ковзного вікна

Теорема Нортона: У мережі з рішенням у вигляді твору (зокрема, у розглянутій-ступенів моделі ВК з показовим часом обслуговування) будь-яка підмережа може бути замінена складовою системою обслуговування з інтенсивністю обслуговування, залежною від стану. Інша частина мережі залишається в точності з такими ж статичними характеристиками.

В якості прикладу розглянемо замкнену мережу масового обслуговування Рис 2.8.2.2. На Рис 2.8.2.3, а показана замкнута мережа масового обслуговування з однією системою обслуговування СО, винесеною за її межі. Теорема Нортона встановлює, що окрема залежна від стану система обслуговування, що входить в

мережу, може бути виділена шляхом короткого замикання точок А і В, як показано на Рис. 2.8.2.3, б, дозволяючи n пакетам (клієнтам) циркулювати по знову утвореній замкнутій мережі. Результуюча продуктивність (для «короткозамкненої схеми») $u(n)$ пакетів / с обчислюється, як показано на малюнку. Продуктивність $u(n)$ може бути знайдена рекурентним методом. Значно більш простою еквівалентною моделлю для вирішення цього завдання є модель, показана на Рис. 2.8.2.3, в. У ній еквівалентна система обслуговування Нортон з інтенсивністю обслуговування $u(n)$, де n - стан системи обслуговування, замінює всю мережу між точками А і В на Рис. 2.8.2.3. Ймовірності стану нижній системи обслуговування (і отже цікавлять нас статичні параметри між точками А і В) в обох випадках ідентичні.

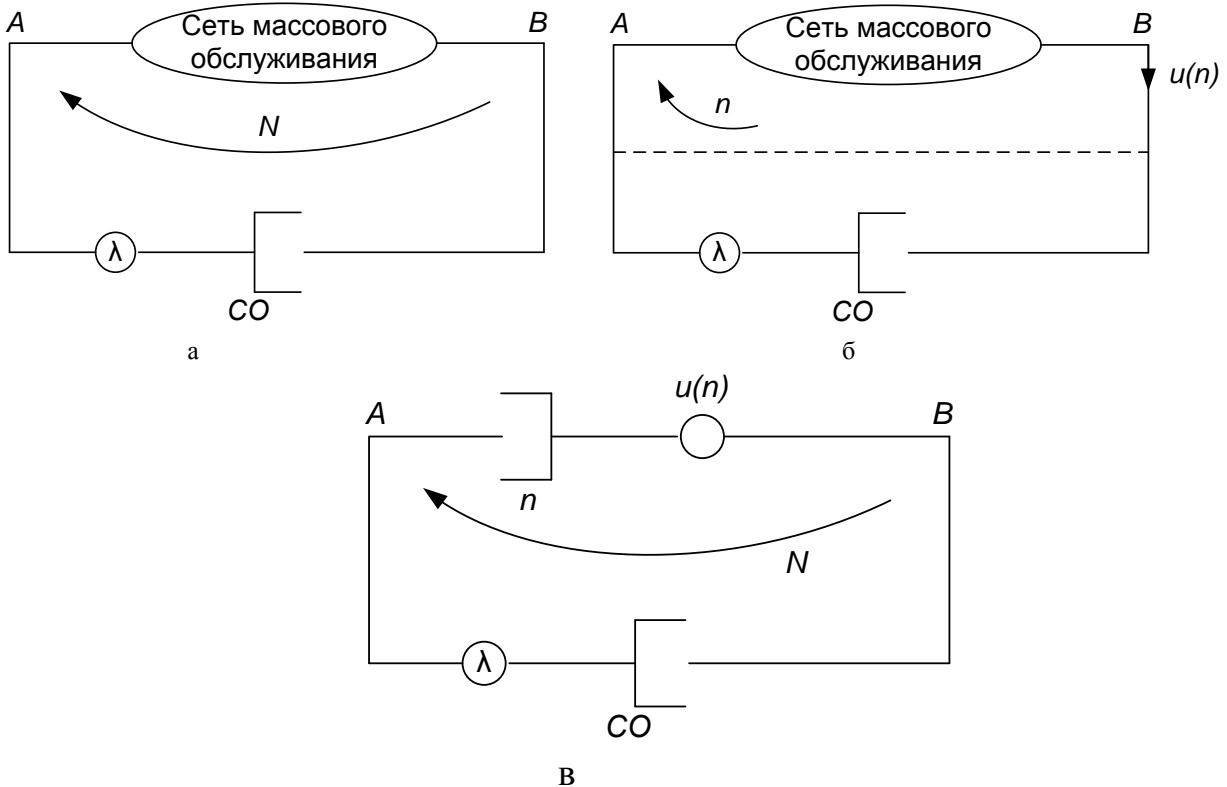


Рис. 2.8.2.3. Застосування теореми Нортон в мережах масового обслуговування: (а) - вихідна мережа, (б) - застосування теореми Нортон, (в) - еквівалентна модель

Література

1. Вишнеvский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей М.: Техносфера, 2003 .— 512 с.: ил
2. Кулаков Ю.А., Омелянский С.В. Компьютерные сети. Выбор, установка, использование и администрирование. К.: Юниор, 1999.-544с.,ил. [ел. бібліотека інституту]
3. Платунова С.М. Методы проектирования фрагментов компьютерной сети – СПб: НИУ ИТМО, 2012. – 51 с.

